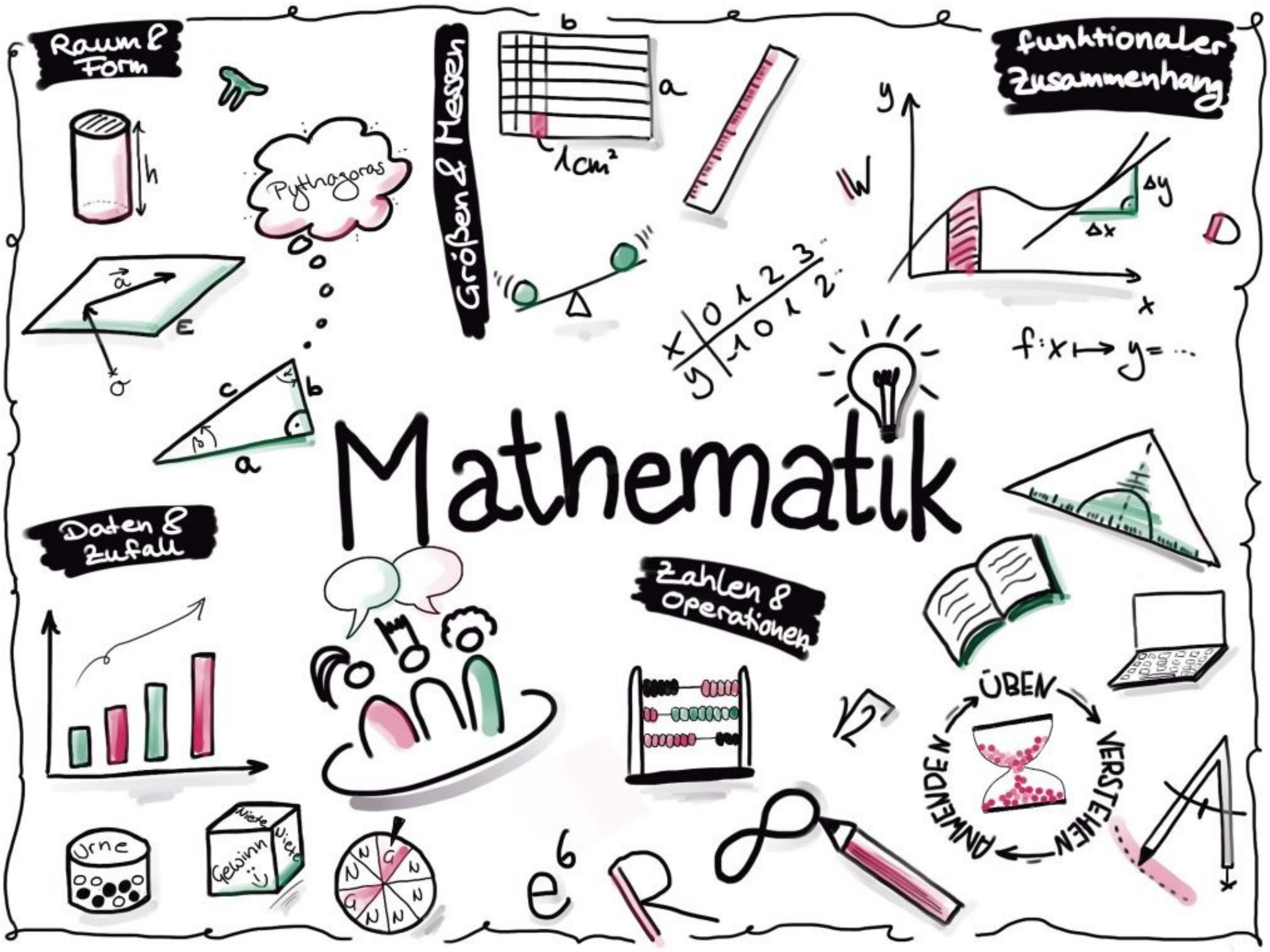
Mit Variablen rechnen

und

Terme vereinfachen

in der R6

Grundwissen
für die Abschlussprüfung



*Emmy Noether, *23. März 1882 in Erlangen, +14. April 1935 in den USA*

Mathematik an einer Mädchenschule

Eine Wortmeldung der Königsdisziplin -
Ein Beitrag aus dem Jahresbericht 2004/2005

"Meine Mama hat gesagt, was sie in Mathe früher gelernt hat ('oder auch nicht', Anm. des Autors), hat sie nie wieder gebraucht. Zu was brauch ich dann dieses Mathe eigentlich?"

Solche oder ähnliche Fragen sind das tägliche Brot eines Mathepaukers an einer reinen Mädchenrealschule und sie spiegeln auch die allgemeine Einstellung wieder, die in vielen Elternhäusern vorherrscht und die von dort auch immer noch traditionell an Mädchen stärker weitergegeben wird als an die Söhne der Familien.

Abgesehen davon, dass solche vielleicht tröstenden und daher gut gemeinten Kommentare für uns als Pädagogen etwa eben so gelegen kommen wie ein ordentlicher Hagelsturm für den bemühten Landwirt, sind sie mit großer Wahrscheinlichkeit ehrlich und damit subjektiv richtig. Aber was sagen sie aus? Dass Mathematik im späteren Leben nicht gebraucht wird oder dass die Kommentatorin in ihrem Leben bisher nicht die Gelegenheit ergriffen hat, sie zu gebrauchen? Wer punktuell mit bestimmten Kompetenzen auf Kriegsfuss steht, versteht es bekanntlich blendend, in seinem Leben um alles einen großen Bogen zu machen, was diese Kompetenzen erfordern würde. Und dort, wo sich Handlungsfelder bieten würden, werden sie häufig nicht gesehen. Solche Kommentare sind also eher Ausdruck eines geringen eigenen Bewegungsspielraums im späteren Leben und dieser geringe Spielraum wird mit solchen Weisheiten sozusagen auf die nächste Generation vererbt.

Die Optikerin, die sich das Aufbaustudium nicht zutraute, die Sozialpädagogin, die nie eine verständliche Statistik über ihre Therapieerfolge machte, die OP-Schwester, die lieber den Tupfer hält als neue technische Geräte zu bedienen, weil sie die Bedienungsanleitungen scheut, die Unternehmerin, die ihre EXCEL-Tabellen und die Auswertungen der Geschäftszahlen außer Haus gibt, ...
Sie alle machen die - subjektiv richtige - Erfahrung, dass sie Mathematik nie brauchten.

Sollten sie alle diese Erfahrung an ihre Töchter weitergeben?

Mir persönlich geht es aber nicht um die unbestrittene Wichtigkeit der Mathematik als grundlegende Kulturtechnik in verschiedenen, meist höheren Berufsfeldern. Dazu gibt es Berge von eingehenden Untersuchungen. Meine eigene Begeisterung für die Mathematik rührt von einer ganz anderen Erfahrung her:

Die Beschäftigung mit der Mathematik (und meist waren es Aufgabenstellungen, die gerade nicht anwendungsbezogen waren), die manchmal süchtigmachende Wirkung von "Aha"-Erlebnissen, die unbarmherzige Erfahrung, wann etwas logisch endgültig erledigt ist und wann noch ein Rest bohrender Irrtumsmöglichkeiten übrig bleibt, die Auseinander-setzung mit der Entwicklungsmöglichkeit seiner eigenen Erkenntnisfähigkeit, seiner eigenen Blickweite und Leichtigkeit im Denken - alles das fand tatsächlich so gut wie nie seine wortgleiche Anwendung in meinem späteren Leben, aber es veränderte nach und nach die Art, wie ich heute denke und handle. Der wesentliche Motor solcher Erfahrungen ist die Begegnung mit dem qualitativen Unterschied von "Zur-Kenntnis-Nehmen" und "Erkenntnis" und dieser Unterschied wird niemals erlernt, sondern ausschließlich durch eigene Hingabe erfahren.

In dieser Beziehung ist also die Beschäftigung mit der Mathematik eher Charakterbildung als berufspraktische Bildung. Und in dieser Hinsicht steht die Mathematik auch - neben den musischen Fächern und dem Religionsunterricht bzw. dem Ethikunterricht - an der Spitze des Fächerkanons, da auf ihrer Fahne die Lust auf das "Sich-Zueigen-Machen" eines der drei elementaren Bausteine des Menschseins geschrieben steht, nämlich das Wahre - neben dem Schönen und dem Guten. Menschen, bei denen der Funke der Mathematik übergesprungen ist, die die Lust an der eigenen Erkenntnis entdeckt haben, gehen mit einem anspruchsvolleren inneren Bild von Wahrheit durch die Welt. An ihm messen sie, was alles so an sie herangetragen wird. Es sind hartnäckige, spitzfindige und kreative Menschen mit einem starken Drang nach Unabhängigkeit und innerer Freiheit, wenig anfällig für Waschmittelwerbung, intellektuelle Voreiligkeit oder gar bewusste geistige Manipulation oder Indoktrination.

In einer Zukunft, in der Frauen nicht mehr nur Zuarbeiterinnen ihrer entscheidungstragenden Männer sein wollen und sollen und in der auch von uns allen als Staatsbürger in einer immer unübersichtlicheren Medienwelt mehr Eigenverantwortung abverlangt wird, sollten solche Bildungsziele - gerade an einer Mädchenschule -, namentlich einer UNESCO-Schule, einen hohen Stellenwert einnehmen.

Wolfgang Lentner

Wochenübungsblatt R6

7 - Multiplikation ganzer Zahlen I

Aufgaben

1. Berechne

a) $3 \cdot (-2)$ b) $(-2) \cdot (-3)$ c) $2 \cdot (-3)$ d) $(-2) \cdot (-2)$
e) $(+6) \cdot (-2)$ f) $(-4) \cdot (-4)$ g) $(-4) \cdot (+4)$ h) $(-10) \cdot (+10)$
i) $-5 \cdot (+4)$ j) $-3 \cdot (-6)$ k) $-1 \cdot 0$ l) $(+2) \cdot (-4)$
m) $2 \cdot 2 \cdot 2$ n) $2 \cdot 2 \cdot (-2)$ o) $2 \cdot (-2) \cdot (-2)$ p) $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$
q) $(-2) \cdot (-1) \cdot (+1)$ r) $(+2) \cdot (-1) \cdot (+1)$ s) $-2 \cdot 2 \cdot 2$ t) $-2 \cdot 2 \cdot (-2)$
u) $-2 \cdot (-2) \cdot (-2)$ v) $(-1) \cdot 0 \cdot (-2)$ w) $0 \cdot (-1) \cdot (+1)$ x) $+2 \cdot (-1) \cdot (+1)$

2. Die Klammern sind an bayerischer Realschulen üblich aber mathematisch nicht nötig

a) $2 \cdot 2 \cdot 2$ b) $2 \cdot 2 \cdot -2$ c) $2 \cdot -2 \cdot -2$ d) $-2 \cdot -2 \cdot -2$
e) $(-3) \cdot -1 \cdot +5$ f) $+2 \cdot (-1) \cdot +10$ g) $-2 \cdot 2 \cdot 2$ h) $-2 \cdot 2 \cdot (-5)$
i) $-2 \cdot (-5) \cdot -2$ j) $(-1) \cdot -0 \cdot -2$ k) $-6 \cdot -5 \cdot +1$ l) $+2 \cdot -11 \cdot 11$

3. Vereinfache soweit wie möglich

a) $2 \cdot x$ b) $1 \cdot x$ c) $(-1) \cdot x$ d) $-1 \cdot (-x)$
e) $2 \cdot 3x$ f) $2x \cdot 3$ g) $3x \cdot 5$ h) $5x \cdot (-3)$
i) $(-x) \cdot (-2)$ j) $20x \cdot -4$ k) $1x \cdot 3$ l) $20x \cdot (-2)$

4. Vereinfache soweit wie möglich

a) $x \cdot 2 \cdot y \cdot 3$ b) $5 \cdot y \cdot x \cdot 4$ c) $2 \cdot 20 \cdot y \cdot x$ d) $x \cdot y \cdot 4 \cdot 4$
e) $-x \cdot -2 \cdot y \cdot 3$ f) $-5 \cdot (-y) \cdot x \cdot 4$ g) $x \cdot 2 \cdot y \cdot -3$ h) $-5 \cdot y \cdot x \cdot 4$
i) $2 \cdot 2 \cdot (-2) \cdot (-2)$ j) $2 \cdot -2 \cdot -2 \cdot -2$ k) $-x \cdot (+8) \cdot y$ l) $2x \cdot (-2y) \cdot (-2)$

5. Beachte Punkt vor Strich

a) $2 + 2 \cdot (-1) \cdot 3$ b) $(-5) \cdot 3 - 4$ c) $2 - 20 \cdot 4 + 4$ d) $(-4) + 4 \cdot (-2) + 4$
e) $-2 \cdot (-2) + 2 \cdot 3$ f) $-5 + 1 \cdot (-2)$ g) $2 \cdot 2 + 2 \cdot 63$ h) $(-5) \cdot 3 + 1$
i) $2 \cdot 2 - (-2)$ j) $3 \cdot 2 - (-2) - 2$ k) $-x \cdot (+8) + 2x$ l) $2x - (-2) \cdot 3$

Erklärung

Multipliziere folgendermaßen ganze Zahlen: 1. Vorzeichen vom Ergebnis überlegen (Das Produkt von Zahlen mit gleichen Vorzeichen ergibt eine positive Zahl, das Produkt aus Faktoren mit unterschiedlichem Vorzeichen ergibt eine negative Zahl). 2. Den Betrag vom Ergebnis (Das Ergebnis ohne sein Vorzeichen) überlegen (Einfach die Beträge der beiden Faktoren multiplizieren). Beispiel: $(-3) \cdot (+4)$. Als erstes überlege: Minus mal Plus gib Minus. Als zweites: $3 \cdot 4$ gibt 12, also ist das Ergebnis -12.

Sonderfälle: Eine Zahl mal 0 ist immer Null. -0, $+0$ und 0 ist dasselbe. Eine Zahl mal 1 verändert die Zahl nicht. Also zum Beispiel: $1 \cdot (-5) = -5$. Eine Zahl mal -1 verändert zwar ihren Betrag nicht, kippt aber das Vorzeichen. Also zum Beispiel: $-1 \cdot (-5) = 5$ und $-1 \cdot (+5) = -5$.

Multipliziert man mehrere Zahlen kann man die Reihenfolge beliebig vertauschen. Da sich in einem langen Produkt zwei Minuszeichen gegenseitig aufheben (Minus mal Minus gibt Plus), ist das Ergebnis eines langen Produkts genau dann Minus, wenn ungerade viele Faktoren Minus waren.

Wenn keine Missverständnisse zu befürchten sind, kann man das Malzeichen weglassen. Zum Beispiel schreibt man statt $2 \cdot x \cdot y$ einfach $2xy$, aber nicht 21 statt $2 \cdot 1$.

Lösungen

1. Berechne

   a) -6 b) 6 c) -6 d) 4 e) -12 f) 16
   g) -16 h) -100 i) -20 j) 18 k) 0 l) -8
   m) 8 n) -8 o) 8 p) -8 q) 2 r) -2
   s) -8 t) 8 u) -8 v) 0 w) 0 x) -2

2. Die Klammern sind an bayerischer Realschulen üblich aber mathematisch nicht nötig

   a) 8 b) -8 c) 8 d) -8 e) 15 f) -20
   g) -8 h) 20 i) -20 j) 0 k) 30 l) -242

3. Vereinfache soweit wie möglich

   a) $2x$ b) x c) $-x$ d) x e) $6x$ f) $6x$
   g) $15x$ h) $-15x$ i) $2x$ j) $-80x$ k) $3x$ l) $-40x$

4. Vereinfache soweit wie möglich

   a) $6xy$ b) $20xy$ c) $40xy$ d) $16xy$ e) $6xy$ f) $20xy$
   g) $-6xy$ h) $-20xy$ i) 16 j) -16 k) $-8xy$ l) $8xy$

5. Beachte Punkt vor Strich

   a) -4 b) -19 c) -74 d) -8 e) 10
   f) -7 g) 130 h) -14 i) 6 j) 6
   k) $-6x$ l) $2x + 6$

7 - Multiplikation ganzer Zahlen II

Aufgaben

1. Berechne

a) $(+9) \cdot (-9)$	b) $(-9) \cdot (+9)$	c) $(+9) \cdot (+9)$	d) $(-9) \cdot (-9)$
e) $-2 \cdot 1 \cdot (-2)$	f) $1 \cdot 1 \cdot (-2)$	g) $+0 \cdot (-0) \cdot (+1)$	h) $+2 \cdot (-1) \cdot (-1)$
i) $-20 \cdot 10 \cdot -10$	j) $11 \cdot 10 \cdot (-20)$	k) $+10 \cdot (-1) \cdot 10$	l) $+20 \cdot (-10) \cdot -20$
m) $(-x) \cdot (-2)$	n) $4 \cdot x$	o) $(-x) \cdot 4$	p) $3 \cdot (-x) \cdot 3$
q) $20 \cdot (-x) \cdot 2$	r) $(-5x) \cdot -5$	s) $5x \cdot 5$	t) $(-50x) \cdot (-5)$
u) $(-2) \cdot 2x \cdot (-2y)$	v) $3x \cdot (-y) \cdot (-2)$	w) $22x \cdot (-3) \cdot (-3)$	x) $22x \cdot (-3) - (-3)$

2. Berechne die folgenden Potenzwerte

a) $(+9)^2$	b) $(-9)^2$	c) $(+6)^2$	d) $(-6)^2$	e) -2^2
f) -6^2	g) $+0^3$	h) $+2^3$	i) $(-2)^3$	j) $(-2)^4$
k) -2^4	l) 2^5	m) $(-2)^5$	n) -2^5	o) 1^{34}
p) $(-1)^{24}$	q) -1^{24}	r) $(-5)^2$	s) 3^3	t) -2^0

3. Schreibe als positive oder negative Potenz (ohne Klammern)

a) $a \cdot a \cdot a \cdot a$	b) $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$	c) $-2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$
d) $a \cdot a \cdot (-a) \cdot (-a)$	e) $-a \cdot a \cdot (-a) \cdot (-a)$	f) $a \cdot (-a) \cdot (-a) \cdot (-a)$
g) $-2 \cdot -2 \cdot -2 \cdot 2$	h) $x \cdot -x \cdot x \cdot x$	i) $-x \cdot x \cdot x \cdot x$
j) $-x \cdot (-x) \cdot x \cdot x$	k) $(-x) \cdot (-x) \cdot (-x) \cdot (-x)$	l) $(-x) \cdot x \cdot (-x) \cdot (-x)$

4. Schreibe so einfach wie möglich

a) $a \cdot 2 \cdot a \cdot 2$	b) $(-x) \cdot (-x) \cdot (-2) \cdot (-2)$	c) $-2 \cdot a \cdot x \cdot 2$
d) $a \cdot 2 \cdot (-a) \cdot (-a)$	e) $-a \cdot a \cdot (-2) \cdot (-2)$	f) $x \cdot (-x) \cdot (-a) \cdot (-a)$
g) $-3 \cdot -2 \cdot -3 \cdot 2$	h) $x \cdot -x \cdot 2 \cdot x$	i) $-x \cdot 2 \cdot 2 \cdot x$
j) $-2 \cdot (-x) \cdot x \cdot x$	k) $(-a) \cdot (-a) \cdot (-x) \cdot (-x)$	l) $3 \cdot 3 \cdot (-x) \cdot (-x)$

Erklärung

s. Wochenübungsblatt: Multiplizieren von ganzen Zahlen I. Bei Aufgabe 1x) beachte den Unterschied zwischen Mal und Minus.

In Aufgabe 2 stelle Dir die Potenzen ausgeschrieben vor (wie in der Angabe zu Aufgabe 3) und berechne. Beachte dabei den Unterschied: $(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$ (Die Zahl -2 hoch 4) aber $-2^4 = -2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ (Das Negative von 2 hoch 4). Das erste Ergebnis ist 16, das zweite wegen Punkt vor Strich -16.

In Aufgabe 3 berechnest Du zuerst das Vorzeichen und schreibst es an. Danach fasst Du nur die Beträge zusammen. Zum Beispiel ist $a \cdot (-a) \cdot (-a) \cdot (-a)$ negativ, da drei Faktoren negativ sind. Die Beträge (Zahlen ohne Vorzeichen) sind a^4, also insgesamt $-a^4$. Wenn Du das nicht verstehst, musst Du das Blatt "Multiplizieren von ganzen Zahlen I" nochmal mit Köpfchen durcharbeiten. In Aufgabe 4 schließlich fasst Du zusammen und rechnest aus, was man ausrechnen kann.

Lösungen

1. Berechne

a) -81	b) -81	c) 81	d) 81	e) 4	f) -2
g) 0	h) 2	i) 2000	j) -2200	k) -100	l) 4000
m) $2x$	n) $4x$	o) $-4x$	p) $-9x$	q) $-40x$	r) $25x$
s) $25x$	t) $250x$	u) $8xy$	v) $6xy$	w) $198x$	x) $-66x+3$

2. Berechne

a) 81	b) 81	c) 36	d) 36	e) -4	f) -36
g) 0	h) 8	i) -8	j) 16	k) -16	l) 32
m) -32	n) -32	o) 1	p) 1	q) -1	r) 25
s) 27	t) -1				

3. Schreibe als positive oder negative Potenz (ohne Klammern)

a) a^4	b) 2^4	c) -2^4	d) a^4	e) $-a^4$	f) $-a^4$
g) -2^4	h) $-x^4$	i) $-x^4$	j) x^4	k) x^4	l) $-x^4$

4. Schreibe so einfach wie möglich

a) $4a^2$	b) $4x^2$	c) $-4ax$	d) $2a^3$	e) $-4a^2$	f) $-a^2x^2$
g) -36	h) $-2x^3$	i) $-4x^2$	j) $2x^3$	k) a^2x^2	l) $9x^2$

7 - Multiplikation ganzer Zahlen III

Aufgaben

1. Fasse soweit wie möglich zusammen

a) $2 \cdot x \cdot 3 \cdot x$ b) $2 \cdot x \cdot 3 \cdot x^2$ c) $(-2) \cdot x \cdot 3 \cdot (-x)$
d) $(-2) \cdot x \cdot 3 \cdot (-x)^2$ e) $(-2) \cdot x \cdot 3 \cdot (-x^2)$ f) $2x \cdot 3x$
g) $2x \cdot 3x^2$ h) $2x \cdot (-3x)$ i) $2x \cdot (3x)^2$
j) $2x \cdot (-3x)^2$ k) $2x \cdot (-3x^2)$ l) $2x - (3x)^2$

2. Fasse soweit wie möglich zusammen

a) $2x \cdot 5x$ b) $2x^2 \cdot 3x$ c) $2x \cdot 23x^3$
d) $2xy \cdot 6y$ e) $20x^2 \cdot 4xy^2$ f) $3ax \cdot 3a^2x$
g) $x \cdot ax$ h) $x^2 \cdot x^3$ i) $xy^2 \cdot x^2y$
j) $axy \cdot ya$ k) $2x^2a \cdot 12a^2$ l) $12x^2y^2 \cdot xy$
m) $-2x \cdot 5x$ n) $(-2x^2) \cdot (-3x)$ o) $2x \cdot 23 \cdot (-x)^3$
p) $2xy \cdot (-6y)$ q) $-20x^2 \cdot 4xy^2$ r) $(-3ax) \cdot (-3a^2x)$
s) $x \cdot (-ax)$ t) $(-x)^2 \cdot (-x)^3$ u) $(-x^2) \cdot (-x^3)$

3. Schreibe die folgenden Quadrate so einfach wie möglich

a) $(2x)^2$ b) $(5a)^2$ c) $(2ax)^2$ d) $(5xa)^2$
e) $(20x)^2$ f) $(15xy)^2$ g) $(x^2)^2$ h) $(x^3)^2$
i) $(2x^2)^2$ j) $(5^2a)^2$ k) $(x^4)^2$ l) $(-5x)^2$
m) $-(5x)^2$ n) $(-5)x^2$ o) $(-x^2)^2$ p) $(-x^3)^2$

4. Vereinfache soweit wie möglich

a) $2x^2 - x \cdot 5x$ b) $-2x^2 + x \cdot 3x$
c) $(-2x) \cdot 23x - x^2$ d) $2xy + 4 \cdot 6yx$
e) $2x + 3y - 3 \cdot x + 4y$ f) $-2x + 3y - 3 \cdot (-x) + 4y$
g) $-x^2 + (-x)^2 - (-x) \cdot x$ h) $ax + ax - xa - ax$
i) $ax + (-a) \cdot (-x) - xa - a \cdot (-x)$ j) $2ax + (-ax) - 3xa - (-4ax)$

Erklärung

Bei Aufgabe 1 beachte einfach die Vorzeichenregeln wie auf den Blättern Multiplikation von ganzen Zahlen I und II.

Bei Aufgabe 2 benutzt Du die Potenzrechenregel: $x^n \cdot x^m = x^{(n+m)}$, also z. B. $x^2 \cdot x^3 = x^5$

In Aufgabe 3 beachtest Du, dass man ein Produkt quadriert, indam man alle Faktoren einzeln quadriert, z. B. ist $(2xy)^2 = 4x^2y^2$. Das Quadrat einer negativen Zahl ist auch immer positiv, also $(-2xy)^2 = 4x^2y^2$

Aufgabe 4 verbindet die Blätter Multiplikation ganzer Zahlen mit den Blättern Addition und Subtraktion ganzer Zahlen. Falsch machen kann man eigentlich nur die Missachtung von PUNKT VOR STRICH.

Lösungen

1. Fasse soweit wie möglich zusammen

   a) $6x^2$ b) $6x^3$ c) $6x^2$ d) $-6x^3$ e) $6x^3$ f) $6x^2$
   g) $6x^3$ h) $-6x^2$ i) $18x^3$ j) $18x^3$ k) $-6x^3$ l) $2x - 9x^2$

2. Fasse soweit wie möglich zusammen

   a) $10x^2$ b) $6x^3$ c) $46x^4$ d) $12xy^2$ e) $80x^3y^2$
   f) $9a^3x^2$ g) ax^2 h) x^5 i) x^3y^3 j) a^2xy^2
   k) $24a^3x^2$ l) $12x^3y^3$ m) $-10x^2$ n) $6x^3$ o) $-46x^4$
   p) $-12xy^2$ q) $-80x^3y^2$ r) $9a^3x^2$ s) $-ax^2$ t) $-x^5$
   u) x^5

3. Schreibe die folgenden Quadrate so einfach wie möglich

   a) $4x^2$ b) $25a^2$ c) $4a^2x^2$ d) $25a^2x^2$ e) $400x^2$
   f) $225x^2y^2$ g) x^4 h) x^6 i) $4x^4$ j) $625a^2$
   k) x^8 l) $25x^2$ m) $-25x^2$ n) $-5x^2$ o) x^4
   p) x^6

4. Vereinfache soweit wie möglich

   a) $-3x^2$ b) x^2 c) $-47x^2$ d) $26xy$
   e) $-x + 7y$ f) $x + 7y$ g) $-x^2$ h) 0
   i) $2ax$ j) $2ax$

7 - Summen zusammenfassen I

Aufgaben

1. Berechne

a) $-1+4-12$ b) $-1-3-7$ c) $0,4-7+10$
d) $-1-2-3$ e) $-0,3+0,7-0,8$ f) $-1+0+1$
g) $-(+1)-(-3)$ h) $+(-4)+(+7)$ i) $-12+(-1)-(+20)-1$
j) $-(-3)+(-7)$ k) $-(+1,4)-(-1,2)$ l) $-\frac{1}{-2}-7$
m) $0,4-(+\frac{-2}{-2})$ n) $\frac{1}{2}-(+\frac{2}{3})$ o) $-\frac{2}{5}+\frac{2}{3}$

2. Vereinfache soweit wie möglich

a) $4x-7x$ b) $-12x+2x-20x$ c) $-3x+7x-x$
d) $1-4x-2+3x$ e) $-x+x+x-x$ f) $0-2x+x-0,2x$
g) $4x-2a-2x$ h) $x-2x-3a+2a$ i) $2a+3b+4a-7b$
j) $2a+1-4+a$ k) $-a-a-a-a$ l) $-2x+a-0,2$
m) $4x+(-7y)+(-2x)$ n) $-(+2a)+(-2x)+(-3a)$ o) $-(-3a)+a+3b-7b$
p) $x+x-(0,2x)$ q) $-(+x)-(+y)-(+x)$ r) $0,1x+3,4y-0,2x+4,5y$
s) $14x+(-7y)+2x$ t) $-12a+(-2x)+(-20a)$ u) $-(-3a)+a+3b-7$
v) $0,1x+(-3,4x)-2x$ w) $-\frac{2}{5}x-\frac{3}{5}x$ x) $\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}y-\frac{2}{4}x+(-\frac{1}{4}y)$

3. Vereinfache soweit wie möglich

a) $4x+(7x+3x)-5x$ b) $-12x+(2x-20x)+3x$
c) $-(3x+7x)-(x+1)$ d) $(1-4x)-(2+3x)+3x$
e) $-x+(x+x)-x$ f) $a-2x+(x-0,2a)$
g) $4m-(2km-2m)+(2m-3km)$ h) $3b+(5b-3a-x-2x-3b)$
i) $(2a+3b)+(4a-7b)$ j) $-(2a+1)-(4+a)$
k) $-(a-a)-(a-a)$ l) $-0,2x-(0,1a-0,2x)$
m) $-(14x+(-7y)+2x)$ n) $-[12a+(-2x)]+(-20a)$
o) $-[(-3a)+(a+3b)-7]$ p) $1234+7777-234-7777$
q) $0,1x+(3,4-0,1x)-(2x+3,4)$ r) $a+b+c+d+d-c-b-a$

Erklärung

Wiederhole zuerst das Addieren und Subtrahieren mit negativen ganzen Zahlen, das brauchst Du beim Zusammenfassen. Beachte bei Brüchen, dass es gleichgültig ist, ob das Minuszeichen eines Bruches im Zähler, im Nenner, oder vor dem Bruch steht: $\frac{-2}{3}=\frac{2}{-3}=-\frac{2}{3}$. Sind Zähler und Nenner negativ, so ist der Bruch positiv: $\frac{-2}{-3}=-\frac{2}{-3}=-\frac{-2}{3}=\frac{2}{3}$

In Aufgabe 3 verwendest Du zusätzlich das Assoziativgesetz. Das heißt, Du darfst Klammern weglassen, wenn sie ein Pluszeichen davor haben oder am Anfang stehen: $2+(x-a)=2+x-a$ und $(2+x)+2x = 2+x+2x$. Wenn vor der Klammer ein Minuszeichen steht, darfst Du die Klammer auch weglassen, musst dann aber die Rechenzeichen in der Klammer umdrehen: $2-(x+a) = 2-x-a$. Bei mehrfachen Klammern löst Du zuerst die inneren auf. Nutze die Möglichkeit des geschickten Vertauschens, bevor Du rechnest.

Lösungen

1. Berechne

   a) -9 b) -11 c) $3,4$ d) -6 e) $-0,4$
   f) 0 g) 2 h) 3 i) -34 j) -4
   k) $-0,2$ l) $-6,5$ m) $-0,6$ n) $-\frac{1}{6}$ o) $\frac{4}{15}$

2. Vereinfache soweit wie möglich

   a) $-3x$ b) $-30x$ c) $3x$ d) $-1-x$
   e) 0 f) $-1,2x$ g) $2x-2a$ h) $-x-a$
   i) $6a-4b$ j) $3a-3$ k) $-4a$ l) $-2x+a-0,2=$
   m) $2x-7y$ n) $-5a-2x$ o) $4a-4b$ p) $1,8x$
   q) $-2x-y$ r) $-0,1x-1,1y$ s) $16x-7y$ t) $-32a-2x$
   u) $4a+3b-7$ v) $-5,3x$ w) $-x$ x) 0

3. Vereinfache soweit wie möglich

   a) $9x$ b) $-27x$ c) $-11x-1$ d) $-1-4x$
   e) 0 f) $0,8a-x$ g) $8m-5km$ h) $5b-3a-3x$
   i) $6a-4b$ j) $-3a-5$ k) 0 l) $-0,1a$
   m) $-16x+7y$ n) $-32a+2x$ o) $2-3b+7$ p) 1000
   q) $-2x$ r) $2d$

7 - Summen zusammenfassen III

Aufgaben

1. Vereinfache soweit wie möglich

a) $9m^2 + 4m^2 - 7m^2 + 6m^2$

b) $-11m^3 + 4m^3 - 17m^3 + 6m^3$

c) $3x^2 + 2x^2 - 8x^2 + 16x^2$

d) $-78x^3 + 41x^3 - 7x^3 + 62x^3$

e) $91m + 41m^2 - 75m + 5m^2$

f) $-m^{-3} + 5m^3 - 7m^{-3} + 8m^3$

g) $3x^2 + 2x^2 - 8x^2 + 16x^2$

h) $-x^3 + x^3 - x^3 + x^3$

i) $m + m^2 + m + m^2$

j) $-m^3 + 2m^3 - m^3 + m^3$

k) $0,3x^2 + 0,2x^2 - 8,5x^2 + 1,6x^2$

l) $-7x^3 + x^3 - 0,7x^3 + x^3$

m) $\frac{1}{3}x^2 + \frac{5}{3}x^2 - \frac{1}{12}x^2 + \frac{1}{6}x^2$

n) $\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}x^2 - 1\frac{1}{2}x^2 + 2\frac{1}{2}x + 8,5x - (-2x^2)$

2. Vereinfache soweit wie möglich

a) $2xy^2 + 3xy - 7xy^2 + 6yx$

b) $-ab^3 + 4b^3 - 7ab^3 + 6b^3$

c) $-(-m) + 2m^2 + am + (-m^2) - 2m$

d) $-(+a^2) + 2a^3 - 2a^3 + 4a^2 - (-a^3)$

e) $2 + 0,2x^2 - 8 + 1,6x^2 - 3 - (+x^2)$

f) $-7 + 2^3 - x^3 + x^2 - (+x^2)$

g) $\frac{1}{2}xax + 1\frac{5}{2}x^2a - 2\frac{1}{2}x^2a + \frac{1}{2}ax^2$

h) $\frac{1}{2}st + 1\frac{1}{2}ts - 1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2}st + 8,5t^2 - (-2st)$

3. Vereinfache soweit wie möglich

a) $4x + (7x + 3x^2) - (5x + x^2) + 7x + (5x^2 - x)$

b) $-12x + (-2x) - (+20x^3) + 3xx^2 - (-x^2) + 17x^3 - x^2$

c) $-(13x + 72xa + 2a) - (ax + 1,5x) + 200ax - (x - a) + (a - x)$

d) $(1x^2 - 4,2x) - (2 + 3,5x^2) + 3,6x - x - x$

e) $-22x + (31x + 2x^2) - x^2 + 52x^2 - (32x + x^2) + 45 - 23x + (-52x^2)$

f) $a - x + (x - a^2) + a + a^2 - x + a - x - x^2 + 3x + a^2 - x$

g) $4Erz - (2 - 5)Wolle - 2Erz + 2Wolle - 3 + 5Erz - 5Wolle$

h) $3ms^{-2} + 5V - 3ms^{-2} - 6,5V - (2ms^{-2} - 3V)$

i) $(12r + 3h) + (4hr^2 + 7rh) - [(12r + 4hr^2) + 8hr] - (3h - hr)$

j) $1 + a + a^2 + a^3$

k) $-(a^2 - a) - (xa - a^2) - (a^2 + ax) + (12ax + a^2)$

l) $-0,2ax - (0,1ax - 0,2ax) + \frac{1}{2}ax + \frac{1}{2}xa + 3ax$

m) $-(AB^2 - BA) - (AB^2 - 2BA) - AB + BA^2 - (3AB^2 + 5BA) + (12AB^2 - AB) - AB^2$

n) $-0,2a^2x - (2,1ax - 0,2a^2x) + 12\frac{1}{4}ax + \frac{1}{2}xa^2 + 31a^2x$

o) $-x^2 - x - (x^2 - 2x) - 2 + x^2 - x + 5 + (12x^2 - x) - 2^2$

p) $-3,2b^2x - [(2,1ax - 0,4b^2x) + 12\frac{1}{4}ax] + \frac{1}{2}xb^2 + 31b^2x$

q) $-9A^2 - 3A - 7A^2 - 2A - 4A + (2A^2 - 3A^2 + 5A) + (12A^2 - A) - A^2 + 3A$

r) $x + x + x \cdot x + x \cdot x \cdot x + x \cdot x + x + x + x + x \cdot x + x \cdot x \cdot x$

Erklärung

Wann sind Ausdrücke gleichnamig? Wenn dieselben Variablen gleich oft vorkommen!

Aber was heißt das genau? Genau genommen addieren oder subtrahieren wir beim Zusammenfassen immer Produkte. In $3x + 4x^2$ ist zum Beispiel $3x$ und $4x^2$ jeweils ein Produkt und wir wollen beide addieren. $4x^2$ sieht gar nicht aus wie ein Produkt, eher wie eine Potenz. Aber $4x^2$ ist ja nichts anderes als die Abkürzung eines Produkts, nämlich $4 \cdot x \cdot x$.

Also: In $3x$ kommt x ein mal vor, in $4 \cdot x \cdot x$ zwei mal. Also kann man beide Ausdrücke nicht zusammenfassen.

Ein anderes Beispiel: $3a^2x + 4ax$ kann man nicht zusammenfassen, obwohl x in $3a^2x$ und $4ax$ jeweils ein mal vorkommt, aber a kommt in $3a^2x$ zwei mal vor und in $4ax$ nur ein mal.

Aber: $3ax + 4xa$ kann man zusammenfassen, weil $ax = xa$. Beide Variablen kommen jeweils ein mal vor. Die Reihenfolge ist egal!

Und: $3x^2 + 4x \cdot x$ kann man zusammenfassen, weil $x \cdot x = x^2$. Der Ausdruck $4x \cdot x$ war nur nicht vollständig vereinfacht.

Am schnellsten sieht man die Gleichnamigkeit, wenn alle gleichen Variablen als Potenz geschrieben sind und die Variablen alphabetisch sortiert sind: $3a^3bc^4 + 6ab^2 - 3a^3bc^4 + 4ab^2 = 10ab^2$. Alles klar?

Lösungen

1. Berechne

   a) $12m^2$ b) $-18m^3$ c) $13x^2$ d) $18x^3$ e) $16m + 46m^2$
   f) $13m^3 - 8m^{-3}$ g) $13x^2$ h) 0 i) $2m + 2m^2$ j) m^3
   k) $-6,4x^2$ l) $-5,7x^3$ m) $\frac{25}{12}x^2$ n) $11,5x + 2x^2$

2. Vereinfache soweit als möglich

   a) $9xy - 5xy^2$ b) $-8ab^3 + 10b^3$ c) $-m + m^2 + am$ d) $3a^2 + a^3$
   e) $0,8x^2 - 9$ f) $1 - x^3$ g) $2ax^2$ h) $6,5st + 8,5t^2 - 1,5$

3. Vereinfache soweit als möglich

   a) $12x + 7x^2$ b) $-14x$ c) $-16,5x + 127ax$
   d) $-2,5x^2 - 2,6x - 2$ e) $-46x + 45$ f) $3a + a^2 - x^2$
   g) $7Erz - 3$ h) $1,5V - 2ms^{-2}$ i) 0
   j) $1 + a + a^2 + a^3$ k) $a + 10ax$ l) $3,9ax$
   m) $6AB^2 - 4AB + A^2B$ n) $10,15ax + 31,5a^2x$ o) $11x^2 - x - 1$
   p) $28,7xb^2 - 14,35ax$ q) $-7A^2 - 2A$ r) $5x + 3x^2 + 2x^3$

Wochenübungsblatt R6

7 - Vektorrechnung

Aufgaben

1. Berechne die Verbindungsvektoren $\overrightarrow{AB}$. Zeichne die ersten fünf Beispiele in ein Koordinatensystem ein und überprüfe die Vektorkoordinaten. Das vertieft Dein Verständnis.

   a) $A(1|2), B(5|3)$
   b) $A(0|2), B(7|7)$
   c) $A(1|2), B(0|8)$
   d) $A(-1|0), B(0|3)$
   e) $A(1,5|2,5), B(6|0,5)$
   f) $A(15|27), B(60|31)$
   g) $A(1,23|-9,22), B(-0,31|3,94)$
   h) $A(-1,45|-2,32), B(9,32|3,42)$

2. Wo liegt jeweils die Spitze Q des Vektors $\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$?

   a) $P(1|2)$ b) $P(-1|0)$ c) $P(-1|-2)$ d) $P(1,15|2,6)$ e) $P(-3,14|-2,01)$

3. Der Vektor $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3,5 \end{pmatrix}$. Berechne jeweils den fehlenden Punkt.

   a) $A(0|2)$ b) $B(1|0)$ c) $B(-1|2)$ d) $B(-1|-5)$
   e) $B(1|2)$ f) $A(0,11|2,64)$ g) $A(1,5|-2,6)$ h) $A(3,14|2,27)$

4. Berechne die Summenvektoren. Zeichne die ersten vier Summen in ein Koordinatensystem und überprüfe das Ergebnis zeichnerisch.

   a) $\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$
   e) $\begin{pmatrix} 2,4 \\ 0,1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -0,4 \\ 1,1 \end{pmatrix}$ f) $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 5,2 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 4,3 \\ \frac{2}{5} \end{pmatrix}$ g) $\begin{pmatrix} 2,2 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 0,4 \\ 0,1 \end{pmatrix}$ h) $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -5 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$

Erklärung

Stelle Dir einen Vektor als Weg von einem Start zu einem Ziel vor: Zeichne die Punkte $Start(1|2), Ziel(5|3)$ und den Verbindungsvektor $\overrightarrow{Weg} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ in ein Koordinatensystem. Überprüfe durch Kästchenzählen die drei folgenden Formeln:

$$Start + Weg = Ziel$$
$$Ziel - Weg = Start$$
$$Weg = Ziel - Start$$

Die Formeln stimmen für die x-Koordinaten **und** die y-Koordinaten aller drei Größen. Mit ihnen kann man immer eine Größe berechnen, wenn die beiden anderen gegeben sind. In Aufgabe 1 ist Start (Punkt A) und Ziel (Punkt B) gegeben, und der Weg von Start nach Ziel soll berechnet werden. Nimm also bei x- und y-Koordinate jeweils die dritte Formel her. In Aufgabe 2 addierst Du zu dem Startpunkt P jeweils die Koordinaten des Vektors (Formel 1). Bei Aufgabe 3 musst Du selbst entscheiden, ob Start oder Ziel gesucht ist, benutze also Formel 1 oder 2.

Die Addition zweier Vektoren (geschrieben mit dem Kringel) ist einfach der Vektor, der entsteht, wenn man die x- und die y-Koordinaten zusammenzählt. Wenn Du den ersten Vektor in ein Koordinatensystem zeichnest (wie der erste Tag einer Fahrradtour!) und dahinter den zweiten Vektor (wie der zweite Tag der Fahrradtour!), dann ist der Verbindungsvektor (Die direkte Gesamtleistung vom Anfang des 1. Tages zum Ende des 2. Tages) genau der Summenvektor! Probiere es durch Zeichnung aus!

Lösungen

1. Berechne die Verbindungsvektoren $\overrightarrow{AB}$. Zeichne die ersten fünf Beispiele in ein Koordinatensystem ein und überprüfe die Vektorkoordinaten. Das vertieft Dein Verständnis.

   a) $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 7 \\ 5 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} -1 \\ 6 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

   e) $\begin{pmatrix} 4,5 \\ -2 \end{pmatrix}$ f) $\begin{pmatrix} 45 \\ 4 \end{pmatrix}$ g) $\begin{pmatrix} -1,54 \\ 13,16 \end{pmatrix}$ h) $\begin{pmatrix} 10,77 \\ 5,74 \end{pmatrix}$

2. Wo liegt jeweils die Spitze Q des Vektors $\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$?

   a) $Q(3|7)$ b) $Q(1|5)$ c) $Q(1|3)$ d) $Q(3,15|7,6)$ e) $Q(-1,14|2,99)$

3. Der Vektor $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3,5 \end{pmatrix}$. Berechne jeweils den fehlenden Punkt.

   a) $B(-2|5,5)$ b) $A(3|-3,5)$ c) $A(1|-1,5)$ d) $A(1|-8,5)$

   e) $A(3|-1,5)$ f) $B(-1,89|6,14)$ g) $B(-0,5|0,9)$ h) $B(1,14|5,77)$

4. Berechne die Summenvektoren. Zeichne die ersten vier Summen in ein Koordinatensystem und überprüfe das Ergebnis zeichnerisch.

   a) $\begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} -6 \\ 1 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

   e) $\begin{pmatrix} 2 \\ 1,2 \end{pmatrix}$ f) $\begin{pmatrix} 4,8 \\ 5,6 \end{pmatrix}$ g) $\begin{pmatrix} 2,6 \\ 0,6 \end{pmatrix}$ h) $\begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix}$

8 - Ausmultiplizieren I

Aufgaben

1. Denke nach

   a) Vergleiche: drei und ein Meter, oder: drei Meter und ein Meter

   b) Vergleiche: $(3+1)m$, oder: $3m+1m$

   c) Vergleiche: 3 Fünfer und 8 Fünfer minus 2 Fünfer, oder: $(3+8-2)$ Fünfer

   d) Vergleiche: $3f+8f-2f$, oder: $(3+8-2)f$

   e) Gilt: $3 \cdot 5 + 8 \cdot 5 - 2 \cdot 5 = (3+8-2) \cdot 5$?

   f) Vergleiche: $5(3+8-2) = 5 \cdot (3+8-2) = (3+8-2) \cdot 5$

2. Löse die Klammer auf und verwandle damit in eine Summe

a) $a(b+c)$	b) $a(b-c)$	c) $a(-b-c)$	d) $a(-b+c)$
e) $-a(b+c)$	f) $-a(b-c)$	g) $-a(-b-c)$	h) $-a(-b+c)$
i) $2(x+y)$	j) $2(b-a)$	k) $2(-x-c)$	l) $2(-b+y)$
m) $-3(b+c)$	n) $-3(b-c)$	o) $-3(-2-c)$	p) $-3(-2+2c)$
q) $3(1,5+x)$	r) $2,5(1-2a)$	s) $-8,5(-2+4x)$	t) $3,2(-1+\frac{1}{2}a)$
u) $-2(2,5+3,5)$	v) $-1(b-\frac{1}{2}b)$	w) $-(-\frac{1}{2}b-c)$	x) $-\frac{1}{2}(-1,5+c)$

3. Löse die Klammer auf und verwandle damit in eine Summe

a) $-5(2x-a+y-6b)$	b) $30(10x+y-20a-30b-40c)$
c) $2(-2x+y-4c+3,5a)$	d) $4(-2,5+1,25c-3,75x-8,25y)$
e) $10(1+0,4x-5,6v+6,1a)$	f) $\frac{1}{3}(12-33a+66n-24g)$
g) $-8(-2-x-y-s-t)$	h) $1\frac{1}{2}(-3+6a-9b-1-a+9b)$
i) $a(2,5+3,5b+x-3y)$	j) $-2x(b-\frac{1}{2}c+a-\frac{1}{4}f)$
k) $-\frac{2}{3}x(-6b+\frac{3}{2}c+9y)$	l) $-a(-1+c-b+x)$
m) $-8(-2-x+4+x+y-y)$	n) $6(-3+6a-9k-5g+9b)$
o) $0,5a(2+30b+2x-32y)$	p) $3(-12-2x+4+3x+s+2b)$
q) $6x(3+a-2k-g+9b)$	r) $-5a(2+30b+2x-32y+3c)$

Erklärung

Wenn man eine Summe z. B. $(2+3)$ verfünffachen will, kann man auch 2 und 3 einzeln verfünffachen und dann beide Teile addieren. In mathematischer Schreibweise heißt das: $5 \cdot (2+3) = 5 \cdot 2 + 5 \cdot 3$. Weil das auch mit anderen Zahlen funktioniert, kann man für beliebige Zahlen a, b oder c sagen:

$$a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c$$

Diese Regel heißt Distributivgesetz und kann für alle Ausdrücke anstelle a, b oder c angewandt werden. Haben a, b oder c verschiedene Vorzeichen, muss man noch die Vorzeichenregel beachten: Ausführlich ist also: $-3(-2-c) = (-3)\cdot(-2) - (-3)\cdot c = 6 + 3c$

Lösungen

1. Verglichen werden nur verschiedene Formulierungen. Die angebotenen Terme (Rechenwege) führen aber zum gleichen Ergebnis. Man nennt die Umformung *Distributivgesetz.* b) ist nur die Formalisierung von a). c), d) und e) sind auch nur verschiedene Formulierungen. f) erinnert (mittels Kommutativgesetz) daran, dass es gleichgültig ist, ob ein Faktor vor der Klammer oder danach steht.

2. Löse die Klammer auf und verwandle damit in eine Summe

a) $ab+ac$	b) $ab-ac$	c) $-ab-ac$	d) $-ab+ac$
e) $-ab-ac$	f) $-ab+ac$	g) $ab+ac$	h) $ab-ac$
i) $2x+2y$	j) $2b-2a$	k) $-2x-2c$	l) $-2b+2y$
m) $-3b-3c$	n) $-3b+3c$	o) $6+3c$	p) $6-6c$
q) $4,5+3x$	r) $2,5-5a$	s) $17-34x$	t) $-3,2+1,6a$
u) -12	v) $-b+\frac{1}{2}b$	w) $\frac{1}{2}b+c$	x) $0,75-\frac{1}{2}c$

3. Löse die Klammer auf und verwandle damit in eine Summe

a) $-10x+5a-5y+30b$	b) $300x+30y-600a-900b-1200c$
c) $-4x+2y-8c+7a$	d) $-10+5c-15x-33y$
e) $10+4x-56v+61a$	f) $4-11a+22n-8g$
g) $16+8x+8y+8s+8t$	h) $-6+7,5a$
i) $2,5a+3,5ab+ax-3ay$	j) $-2bx+cx-2ax+0,5fx$
k) $4bx-cx-6xy$	l) $a-ac+ab-ax$
m) -16	n) $-18+36a-54k-30g+54b$
o) $a+15ab+ax-16ay$	p) $-24+3x+3s+6b$
q) $18x+6ax-12kx-6gx+54bx$	r) $-10a-150ab-10ax+160ay-15ac$

8 - Ausmultiplizieren II

Aufgaben

1. Löse die Klammern auf und verwandle damit in eine Summe

a) $(a+b)(c+d)$	b) $(x+y)(s+t)$	c) $(2+a)(3+b)$
d) $(a-b)(c-d)$	e) $(-x+a)(b-y)$	f) $(4,5-a)(b-8)$
g) $(-a-b)(-c-d)$	h) $(-x-a)(b+y)$	i) $(-4,5-a)(-b-8)$
j) $(2a-4)(3+2c)$	k) $(5+a)(2-b)$	l) $(2x+4)(1+0,2y)$
m) $(0,2a+4)(3,5+2c)$	n) $(15+3a)(20-2b)$	o) $(20x+40)(10+2y)$
p) $(-2a+4)(-5+2c)$	q) $(15-3a)(-20+b)$	r) $(20x-40)(10-2y)$
s) $(2\frac{1}{2}a-3)(4-2\frac{1}{2}c)$	t) $(0,5-2a)(\frac{1}{3}-b)$	u) $(12x+y)(\frac{1}{2}c+0,25d)$
v) $(\frac{x}{2}+\frac{1}{2})(\frac{1}{3}-\frac{12}{x})$	w) $(-4+\frac{a}{2})(-2-\frac{4}{a})$	x) $(-4,5+b)(20-\frac{4}{b})$

2. Löse die Klammern auf und verwandle damit in eine Summe

a) $(a+b)(a+1)$	b) $(x+a)(a-x)$	c) $(a+a)(b+b)$
d) $(4a-b)(0,5-a)$	e) $(1-x)(1-x)$	f) $(4,5-a)(-2+a)$
g) $(x+x)(x+x)$	h) $(2x-3a)(a+x)$	i) $(-4-a)(a-8)$
j) $(2a^2-4)(3a+2)$	k) $(5c^2+a)(2a^3-c)$	l) $(-c+x)(-x+c)$
m) $(\frac{x}{2}+\frac{1}{x})(\frac{1}{x}-\frac{x}{2})$	n) $(-\frac{1}{4}+\frac{a}{2})(-a-\frac{4}{a})$	o) $(6a+2b)(20b-\frac{a}{2})$

3. Löse die Klammern auf und verwandle damit in eine Summe

a) $(a+b)(x+y+z)$	b) $(x-y)(a-b-c)$	c) $(a+a)(b+b+b)$
d) $(x+x)(x+x+x)$	e) $(2x-3)(1+y-3z)$	f) $(-4-2a)(1-2,5b-8\frac{1}{4}c)$
g) $(4a-1)(0,5+2b-a)$	h) $(1-x)(1-x-y)$	i) $(1-a)(1-a-a^2)$
j) $(1+x+x^2)(x+x^2+x^3)$	k) $(2x-3a)(1,25a+\frac{1}{4}x-1)$	l) $(-\frac{1}{4}+\frac{a}{2})(\frac{1}{a^2}-a-\frac{4}{a})$

Erklärung

Wird nicht eine einzelne Zahl mal eine Summe genommen (wie im letzten Blatt), sondern eine Summe mal eine Summe, so kann man vereinfacht rechnen: $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$, also *alle Zahlen der ersten Klammer mal alle Zahlen der zweiten Klammer*.

Beachte beim Multiplizieren wieder Vorzeichenregeln (z.B. Aufgabe 1e; $(-x+a)(b-y) = -xb+xy+ab-ay$) oder wenn gleiche Variablen multipliziert werden Potenzgesetze (z.B. Aufgabe 2k; $(5c^2+a)(2a^3-c) = 10a^3c^2-5c^3+4a^4-ac$).

Manchmal werden auch Brüche multipliziert (z.B. in Aufgabe 2m; $(\frac{x}{2}+\frac{1}{x})(\frac{1}{x}-\frac{x}{2}) = \frac{1}{2}-\frac{x^2}{4}+\frac{1}{x^2}-\frac{1}{2} = \frac{1}{x^2}-\frac{x^2}{4}$). Erinnere Dich an: *Zaehler mal Zaehler durch Nenner mal Nenner*.

Auch bei mehr als zwei Summanden in einer Klammer bleibt es bei der Regel: *Alle Zahlen der ersten Klammer mal alle Zahlen der zweiten Klammer* (z.B. in Aufgabe 3j; $(1+x+x^2)(x+x^2+x^3) = x+x^2+x^3+x^2+x^3+x^4+x^3+x^4+x^5 = x+2x^2+3x^3+2x^4+x^5$).

Vergiss nicht zu vereinfachen, wenn möglich (z.B. Aufgabe 3d; $(x+x)(x+x+x) = 2x \cdot 3x = 6x^2$).

Lösungen

1. Löse die Klammern auf und verwandle damit in eine Summe

   a) $ac+ad+bc+bd$ b) $xs+xt+ys+yt$ c) $6+2b+3a+ab$

   d) $ac-ad-bc+bd$ e) $-bx+xy+ab-ay$ f) $4,5b-36-ab+8a$

   g) $ac+ad+bc+bd$ h) $-bx-xy-ab-ay$ i) $4,5b+36+ab+8a$

   j) $6a+4ac-12-8c$ k) $10-5b+2a-ab$ l) $2x+0,4xy+4+0,8y$

   m) $0,7a+0,4ac+14+8c$ n) $300-30b+60a-6ab$ o) $200x+40xy+400+80y$

   p) $10a-4ac-20+8c$ q) $-300+15b+60a-3ab$ r) $200x-40xy-400+80y$

   s) $10a-6\frac{1}{4}ac-12+7\frac{1}{4}c$ t) $\frac{1}{6}-0,5b-\frac{2}{3}a+2ab$ u) $6cx+3dx+0,5cy+0,25dy$

   v) $\frac{x}{6}-5\frac{5}{6}-\frac{6}{x}$ w) $8+\frac{16}{a}-a-2$ x) $-90+\frac{18}{b}+20b-4$

2. Löse die Klammern auf und verwandle damit in eine Summe

   a) $a^2+a+ab+b$ b) $-x^2+a^2$ c) $4ab$

   d) $2a-4a^2-0,5b+ab$ e) $1-2x+x^2$ f) $-9+6,5a-a^2$

   g) $4x^2$ h) $2x^2-3a^2-ax$ i) $4a+32-a^2$

   j) $6a^3+4a^2-12a-8$ k) $10a^3c^2-5c^3+2a^4-ac$ l) $2cx-c^2-x^2$

   m) $\frac{1}{x^2}-\frac{x^2}{4}$ n) $\frac{a}{4}+\frac{1}{a}-\frac{a^2}{2}-2$ o) $119ab-3a^2+40b^2$

3. Löse die Klammern auf und verwandle damit in eine Summe

   a) $ax+ay+az+bx+by+bz$ b) $ax-bx-cx-ay+by+cy$

   c) $6ab$ d) $6x^2$

   e) $2x+2xy-6xz-3-3y+9z$ f) $-4+10b+33c-2a+5ab+16,5ac$

   g) $2a+8ab-4a^2-0,5-2b+a$ h) $1-2x-y+x^2+xy$

   i) $1-2a+a^3$ j) $x+2x^2+3x^3+2x^4+x^5$

   k) $1,75ax+0,5x^2-2x-3,75a^2+3a$ l) $-\frac{1}{4a^2}+\frac{a}{4}+\frac{3}{2a}-\frac{a^2}{2}-2$

8 - Summen von Klammerprodukten I

Aufgaben

1. Fasse soweit wie möglich zusammen

a) $(a+b)+(a+b)$	b) $(x+y)-(x+y)$	c) $(2+a)+(3a+5)$
d) $(a-b)+(b-a)$	e) $(-x+a)-(2a-\frac{3x}{2})$	f) $-(4,5b-a)+(4,5b-8a)$
g) $(-2a+4)+(-5+2a)$	h) $(15-3a)-(-\frac{20}{10}+\frac{a}{3})$	i) $-(20x-40)-(10-2x)$
j) $(2\frac{1}{2}c-3)+(4-2\frac{1}{2}c)$	k) $(0,5-2b)-(\frac{1}{3}-b)$	l) $(12x+y)+(\frac{1}{2}x+0,25y)$

2. Verwandle die Produkte in Summen und fasse soweit wie möglich zusammen

a) $2(a+b)+3(a+b)$	b) $4(x+y)-3(x+y)$	c) $2(2+a)+3(3a+5)$
d) $-3(a-b)+(b-a)$	e) $(-x+a)-2(\frac{2a}{2}-3x)$	f) $2(4,5b-a)+4(4,5b-8a)$
g) $(2\frac{1}{2}c-3)+10(4-2\frac{1}{2}c)$	h) $4(\frac{0,5}{4}-2b)-(\frac{1}{3}-b)$	i) $(12x+y)+2(\frac{1}{2}x+0,25y)$

3. Verwandle die Produkte in Summen und fasse soweit wie möglich zusammen

a) $(a+b)(a+1)-a^2$	b) $(x+a)(a-x)-(a^2-x^2)$
c) $(a+a)(b+b)-(ab)$	d) $(4a-b)(0,5+a)+4(b-a)$
e) $(1-x)(1-x)-x(x-2)\cdot 2$	f) $a^2+9-(4,5-a)(-2+a)$
g) $10x^2-(x+x)(x+x)$	h) $3(a^2+x^2)\cdot 2+2(2x-\frac{3a}{2})(\frac{a}{2}+x)$
i) $-\frac{1}{4}(a-1)+4(-\frac{1}{4}+\frac{a}{2})(-a-\frac{4}{a})$	j) $1-(6a+2b)(20b-\frac{a}{2})\cdot 10$

Erklärung

Die Klammernprodukte in den Aufgaben sind Nebenrechnungen, die Du vorrangig berechnest (Punkt vor Strich). Um so ein Klammernprodukt (z.B. $4(4,5b-8a)$ in (2f) oder $3(a^2+x^2)\cdot 2$ in (3h)) kannst Du Dir eine eckige Klammer vorstellen oder Du schreibst sie explizit hin (z.B. $[2(4,5b-a)]+[4(4,5b-8a)]$ in (2f) oder $[3(a^2+x^2)\cdot 2]+[2(2x-\frac{3a}{2})(\frac{a}{2}+x)]$ in (3h)). Verwandle dann die Nebenrechnungen wie in vorigen Wochenübungsblättern in Summen und löse dann die eckigen Klammern auf (Assoziativgesetz). In 3e) und 3f) hab ich das ausgeschrieben. In einfachen Fällen hab ich den Schritt übersprungen. Mit etwas Übung weißt *Du* auch gleich, welche Klammern gar nicht nötig sind (die am Anfang eines Terms oder die mit einem + vor der Klammer) oder Du machst die nötigen Schritte bei der Auflösung gleich im Kopf (Vorzeichen umdrehen).

In der Lösung hab ich Standardwege abgedruckt. Wenn in der Lösung (!) steht, denke über Vereinfachungen, Varianten oder bemerkenswerte Besonderheiten der Lösung nach!

In 3i) sieht man einmal ein a im Nenner, um den Unterschied zu $\frac{a}{2}$ zu zeigen. Für Spitzfindige ist das nicht unproblematisch, da der Term nicht mehr korrekt ist, wenn a Null ist (denn dann würde man ja durch 0 teilen)! Im Kapitel Bruchterme wird dies weiter vertieft. Die Aufgabe ist also nur unter der Annahme sinnvoll, dass a nicht Null ist. Außerdem ist interessant, dass bei $\frac{a}{2}\cdot\frac{4}{a}$ das a durch Kürzen rausfliegt (Vorsicht wieder(!): Kürzen heißt teilen, durch Null darf man nicht teilen, also darf man auch mit Null nicht kürzen, aber wir hatten ja angenommen a ist nicht Null!). Dort wo das a im Nenner durch Kürzen nicht rausfliegt, kann man es nicht mit anderen a-Termen zusammenfassen, darum bleibt es im Endergebnis stehen! In der 7. Klasse haben wir dafür die Schreibweise mit Exponent -1 kennen gelernt. Ob das einfacher ist oder ob nicht die vorletzte Zeile das einfachere Endergebnis ist, das ist wohl Geschmackssache.

Lösungen

1. Fasse soweit wie möglich zusammen

   a) $a+b+a+b=2a+2b$ (!)

   b) $x+y-x-y=0$ (!)

   c) $2+a+3a+5=4a+7$

   d) $a-b+b-a=0$ (!)

   e) $-x+a-2a+\frac{3}{2}x=\frac{1}{2}x-a$

   f) $-4,5b+a+4,5b-8a=-7a$

   g) $-2a+4-5+2a=-1$

   h) $15-3a+2+\frac{1}{3}a=17-3\frac{1}{3}a$

   i) $-20x+40-10+2x=30-18x$

   j) $2\frac{1}{2}c-3+4-2\frac{1}{2}c=1$

   k) $0,5-2b-\frac{1}{3}+b=\frac{1}{6}-b$

   l) $12x+y+\frac{1}{2}x+0,25y=12,5x+1,25y$

2. Verwandle die Produkte in Summen und fasse soweit wie möglich zusammen

   a) $2a+2b+3a+3b=5a+5b$ (!)

   b) $4x+4y-3x-3y=x+y$ (!)

   c) $4+2a+9a+15=19+11a$

   d) $-3a+3b+b-a=4b-4a$ (!)

   e) $-x+a-2a+6x=5x-a$

   f) $9b-2a+18b-32a=27b-34a$

   g) $2\frac{1}{2}c-3+40-25c=37-22,5c$

   h) $0,5-8b-\frac{1}{3}+b=\frac{1}{6}-7b$

   i) $12x+y+x+0,5y=13x+1,5y$

3. Verwandle die Produkte in Summen und fasse soweit wie möglich zusammen

   a) $a^2+a+ba+b-a^2=$
   $a+ab+b$

   b) $xa-x^2+a^2-ax-a^2+x^2=$
   0 (!)

   c) $2a\cdot 2b-ab=$
   $4ab-ab=$
   $3ab$ (!)

   d) $2a+4a^2-0,5b-ba+4b-4a=$
   $4a^2-2a+3,5b-ab$

   e) $1-x-x+x^2-[2x(x-2)]=$
   $1-2x+x^2-[2x^2-4x]=$
   $1-2x+x^2-2x^2+4x=$
   $1+2x-x^2$

   f) $a^2+9-[-9+4,5a+2a-a^2]=$
   $a^2+9+9-4,5a-2a+a^2=$
   $2a^2+18-6,5a$

   g) $10x^2-2x\cdot 2x=$
   $10x^2-4x^2=$
   $6x^2$ (!)

   h) $6(a^2+x^2)+(4x-3a)(\frac{1}{2}a+x)=$
   $6a^2+6x^2+2xa+4x^2-\frac{3}{2}a^2-3ax=$
   $4,5a^2+10x^2-ax$

   i) $-\frac{1}{4}a+\frac{1}{4}+(-1+2a)(-a-\frac{4}{a})=$
   $-\frac{1}{4}a+\frac{1}{4}+a+\frac{4}{a}-2a^2-8=$
   $\frac{3}{4}a-7\frac{3}{4}-2a^2+\frac{4}{a}=$
   $\frac{3}{4}a-7\frac{3}{4}-2a^2+4a^{-1}$

   j) $1-10(6a+2b)(20b-\frac{1}{2}a)=$
   $1-(60a+20b)(20b-\frac{1}{2}a)=$
   $1-1200ab+30a^2-400b^2+10ab=$
   $1+30a^2-400b^2-1190ab$

8 - Binomische Formeln

Aufgaben

1. Verwandle die Produkte in Summen und fasse soweit wie möglich zusammen

a) $(a+b)(a+b)$ b) $(x+y)(x+y)$ c) $(s+t)(s+t)$ d) $(a+1)(a+1)$

e) $(a-b)(a-b)$ f) $(x-y)(x-y)$ g) $(s-t)(s-t)$ h) $(a-1)(a-1)$

i) $(a-b)(a+b)$ j) $(x-y)(x+y)$ k) $(s+t)(s-t)$ l) $(a+1)(a-1)$

m) $(a+b)^2$ n) $(2+y)^2$ o) $(\frac{1}{2}+t)^2$ p) $(a+0,5)^2$

q) $(a-b)^2$ r) $(y-5)^2$ s) $(s-\frac{1}{3})^2$ t) $(0,1-d)^2$

u) $(a+b)(a-b)$ v) $(10-e)(10+e)$ w) $(\frac{2}{5}+2t)(\frac{2}{5}-2t)$ x) $(3a+2)(3a-2)$

2. Vergleiche

a) $3-7$ b) $7-3$ c) $5-11$ d) $11-5$

e) $5-11$ f) $-(11-5)$ g) $a-b$ h) $-(b-a)$

i) $-(a+b)$ j) $-(-a-b)$ k) 2^2 l) $(-2)^2$

3. Verwandle die Produkte in Summen und fasse soweit wie möglich zusammen

a) $(-a+b)^2$ b) $(-a-b)^2$ c) $(b-a)(a+b)$ d) $(a-b)(-a+b)$

e) $(b-a)(a-b)$ f) $(-a-b)(-a+b)$ g) $(-1+x)^2$ h) $(-3-2x)^2$

i) $(x-2)(2+x)$ j) $(a-a)(-a+a)$ k) $(\frac{1}{3}-a)(a-\frac{1}{3})$ l) $(-a-0)(-a+0)$

4. Verwandle die Produkte in Summen und fasse soweit wie möglich zusammen

a) $(2a+b)^2$ b) $(x-1,5)^2$ c) $(\frac{a}{b}+1)^2$ d) $(a+1\frac{1}{2})^2$

e) $(0,1a-ab)^2$ f) $(xy-1)^2$ g) $(st-1)(st+1)$ h) $(a-100)^2$

i) $(-2-1)(2+1)$ j) $(x^2-y)(x^2+y)$ k) $(a^3+1)(a^3-1)$ l) $(3s^2+12)(3s^2-12)$

m) $(6+3b)^2$ n) $(20+10y)^2$ o) $(a+0,5x)^2$

5. Vereinfache soweit wie möglich

a) $(x+2)^2+(x+2)-9$ b) $2(x-1)^2+3(x-1)+4$

c) $\frac{1}{2}(x+1)^2-(x+1)-1$ d) $2,5(a+1)^2-\frac{1}{20}(a+1)+\frac{1}{2}$

e) $2(x-0)^2+3(x-0)+4$ f) $\frac{1}{2}(x-0,5)^2-4(x-0,5)-2$

g) $(x-5)^2+5(x-5)-24$ h) $10(x+1,5)^2-4(x+1,5)$

Erklärung

$$\boxed{\begin{aligned}(a+b)(a+b) &= (a+b)^2 = a^2+b^2+2ab\\ (a-b)(a-b) &= (a-b)^2 = a^2+b^2-2ab\\ (a+b)(a-b) &= \quad ... \quad = a^2-b^2\end{aligned}}$$

Die binomischen Formeln sind in aller Munde, aber in ihrer Bedeutung - gelinde gesagt - über–schätzt. Die Umformung der ersten binomischen Formel: $(a+b)(a+b) = a^2 + b^2 + 2ab$, kannst Du z.B. auch erreichen, indem Du einfach die beiden Klammern ausmultiplizierst und zusammenfasst: $(a+b)(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + b^2 + 2ab$. Der Vorteil: Du weißt das Ergebnis schon auswendig, schreibst es einfach hin und sparst *einen* Rechenschritt. Dafür musst Du aber drei Formeln auswendig lernen (und nie wieder vergessen) und üben, sie auf möglichst viele ähnliche Situationen zu übertragen. Na ja! Es gibt Spannenderes. Zwei Situationen, in denen sie in der Realschule nützen: Das Verschieben von Flugbahnen (Parabeln, 10. Klasse, Abschlussprüfung) und das berechnen des Scheitelpunkts von Flugbahnen (Parabeln, 8. und 10. Klasse, Abschlussprüfung). Daher die komischen Terme in Aufgabe 5.

Lösungen

1. Verwandle die Produkte in Summen und fasse soweit wie möglich zusammen

a) a^2+b^2+2ab	b) x^2+y^2+2xy	c) s^2+t^2+2st	d) a^2+1+2a
e) a^2+b^2-2ab	f) x^2+y^2-2xy	g) s^2+t^2-2st	h) a^2+1-2a
i) a^2-b^2	j) x^2-y^2	k) s^2-t^2	l) a^2-1
m) a^2+b^2+2ab	n) $4+y^2+4y$	o) $\frac{1}{4}+t^2+t$	p) $a^2+0,25+a$
q) a^2+b^2-2ab	r) $y^2+25-10y$	s) $s^2+\frac{1}{9}-\frac{2}{3}s$	t) $0,01+d^2-0,2d$
u) a^2-b^2	v) $100-e^2$	w) $\frac{4}{25}-4t^2$	x) $9a^2-4$

2. Es fällt auf: Eine Minusaufgabe (Differenz) darf man nicht einfach umdrehen, denn das Ergebnis ändert sich dann. Aber was ändert sich? Nur das Vorzeichen dreht sich um! bei 2k) und 2l) aber siehst Du, das Vorzeichen einer Zahl ist egal, wenn danach quadriert wird. Also kannst Du die binomischen Formeln auch benützen, wenn statt $(a-b)$, $(b-a)$ steht oder statt $(a+b)$, $(-a-b)$ steht, ect.

3. Verwandle die Produkte in Summen und fasse soweit wie möglich zusammen

a) a^2+b^2-2ab	b) a^2+b^2+2ab	c) b^2-a^2	d) $-a^2-b^2+2ab$
e) $-a^2-b^2+2ab$	f) a^2-b^2	g) x^2+1-2x	h) $9+4x^2+12x$
i) x^2-4	j) 0	k) $-\frac{1}{9}-a^2+\frac{2}{3}a$	l) a^2

4. Verwandle die Produkte in Summen und fasse soweit wie möglich zusammen

a) $4a^2+b^2+4ab$	b) $x^2+2,25-3x$	c) $\frac{a^2}{b^2}+1+\frac{2a}{b}$
d) $a^2+2\frac{1}{4}+3a$	e) $0,01a^2+a^2b^2-0,2a^2b$	f) $x^2y^2+1-2xy$
g) s^2t^2-1	h) $a^2+10.000-200a$	i) $(-3)\cdot 3=-9$
j) x^4-y^2	k) a^6-1	l) $9s^4-144$
m) $36+9b^2+36b$	n) $400+100y^2-400y$	o) $a^2+0,25x^2+ax$

5. Vereinfache soweit wie möglich

a) x^2+5x-3	b) $2x^2-x+3$	c) $\frac{1}{2}x^2-1,5x$	d) $2,5a^2+4\frac{19}{20}a+2\frac{19}{20}$
e) $2x^2+3x+4$	f) $\frac{1}{2}x^2-4,5x+\frac{1}{8}$	g) $x^2-5x-24$	h) $10x^2+26x+16,5$

8 - Summen von Klammerprodukten II

Aufgaben

1. Verwandle die Produkte in Summen und fasse soweit wie möglich zusammen

   a) $(a+b)+(2a+3b)$
   b) $(2x+4y)-(y+2x)$
   c) $2(2+a)-(3a-4)$
   d) $2b-2(b-a)$
   e) $2(-x+a)-2(2a-\frac{3x}{2})$
   f) $-0,5(4b-a)-4(0,5b+0,5a)$
   g) $(-2a+4)+(-5+2a)$
   h) $(15-3a)-(-\frac{20}{10}+\frac{a}{3})$
   i) $-(20x-40)-2(10-2x)\cdot 4$
   j) $(2\frac{1}{2}c-3)\cdot 2(4-2\frac{1}{2}c)$
   k) $1-(0,5-2b)-(\frac{1}{3}-b)$
   l) $2x\cdot 12x(1+y)-3x^2(1-y)$

2. Verwandle die Produkte in Summen und fasse soweit wie möglich zusammen

   a) $2(a^2+ba+b-2a)+4(a+b+2ab-a^2-1)$
   b) $4(x+y+0,5)x-3x(x-y-1)$
   c) $2(2+a)(3a+5)-(1+a)\cdot 2,5(4-10a)$
   d) $-3(1+2x+3y)-2(2-3x-4y)-3(x+y+1)$

3. Verwandle die Produkte in Summen und fasse soweit wie möglich zusammen. Nutze dabei vorteilhaft die binomischen Formeln.

   a) $(a+b)^2+(2a^2+3ab)$
   b) $(2x+4y)^2-(xy-2x^2)$
   c) $(2+a)-(a-4)(a+4)$
   d) $1-(2b-2)(2b+2)$
   e) $2(x+a)^2-2(a-x)^2$
   f) $-0,5(4b-a)^2-4(0,5b^2+0,5a^2)$
   g) $(-2a+4)^2+(-5a^2+2)$
   h) $(15-3a)^2-(-\frac{20}{10}+\frac{a^2}{3})$
   i) $-(2x-4)^2-2(10-2x^2)\cdot 4$
   j) $(2\frac{1}{2}c-3)\cdot 2(2\frac{1}{2}c+3)\cdot(0,5-c)$

Erklärung

s. Summen von Klammernprodukten I

Bemühe Dich, den Zwischenschritt in 1d, 1e, 1f nicht mehr zu brauchen und die Vorzeichen im Kopf umzudrehen. Ab 1l hab ich ihn in diesem Arbeitsblatt auch nicht mehr notiert.

Die 3j besteht aus 4 Faktoren, die Du nach Belieben vertauschen kannst. Im ersten Schritt hab ich den 1. und den 3. Faktor multipliziert sowie den 2. und den 4. Faktor.

Lösungen

1. Verwandle die Produkte in Summen und fasse soweit wie möglich zusammen

   a) $(a+b)+(2a+3b)=a+b+2a+3b=3a+4b$
   b) $(2x+4y)-(y+2x)=2x+4y-y-2x=3y$

c) $2(2+a)-(3a-4)=4+2a-3a+4=8-a$

d) $2b-2(b-a)=2b-(2b-2a)=2b-2b+2a=2a$

e) $2(-x+a)-2(2a-\frac{3x}{2})=-2x+2a-(4a-3x)=-2x+2a-4a+3x=x-2a$

f) $-0,5(4b-a)-4(0,5b+0,5a)=-2b+0,5a-(2b+2a)=-2b+0,5a-2b-2a=-4b-1,5a$

g) $(-2a+4)+(-5+2a)=-2a+4-5+2a=-1$

h) $(15-3a)-(-\frac{20}{10}+\frac{a}{3})=15-3a+2-\frac{a}{3}=17-3\frac{1}{3}a$

i) $-(20x-40)-2(10-2x)\cdot 4=-20x+40-8(10-2x)=-20x+40-80+16x=-4x-40$

j) $...=(2\frac{1}{2}c-3)(8-5c)=20c-12,5c^2-24+15c=35c-12,5c^2-24$

k) $1-(0,5-2b)-(\frac{1}{3}-b)=1-0,5+2b-\frac{1}{3}+b=\frac{1}{6}+3b$

l) $...=24x^2(1+y)-3x^2(1-y)=24x^2+24x^2y-3x^2+3x^2y=21x^2+27x^2y$

2. Verwandle die Produkte in Summen und fasse soweit wie möglich zusammen

a) $...=2a^2+2ba+2b-4a+4a+4b+8ab-4a^2-4=-2a^2+10ab+6b-4$

b) $...=4x(x+y+0,5)-3x^2+3xy+3x=4x^2+4xy+2x-3x^2+3xy+3x=x^2+7xy+5x$

c) $...=(4+2a)(3a+5)-(1+a)(10-25a)=12a+20+6a^2+10a-10+25a-10a+25a^2=37a+10+31a^2$

d) $...=-3-6x-9y-4+6x+8y-3x-3y-3=-10-3x-4y$

3. Verwandle die Produkte in Summen und fasse soweit wie möglich zusammen. Nutze dabei vorteilhaft die binomischen Formeln.

a) $(a+b)^2+(2a^2+3ab)=a^2+b^2+2ab+2a^2+3ab=3a^2+b^2+5ab$

b) $(2x+4y)^2-(xy-2x^2)=4x^2+16y^2+16xy-xy+2x^2=6x^2+16y^2+15xy$

c) $(2+a)-(a-4)(a+4)=2+a-a^2+16=18+a-a^2$

d) $1-(2b-2)(2b+2)=1-4b^2+4=5-4b^2$

e) $2(x+a)^2-2(a-x)^2=2x^2+2a^2+4ax-2a^2-2x^2+4ax=8ax$

f) $-0,5(4b-a)^2-4(0,5b^2+0,5a^2)=-8b^2-0,5a^2+4ab-2b^2-2a^2=-10b^2-2,5a^2+4ab$

g) $(-2a+4)^2+(-5a^2+2)=4a^2+16-16a-5a^2+2=-a^2+18-16a$

h) $(15-3a)^2-(-\frac{20}{10}+\frac{a^2}{3})=225+9a^2-90a+2-\frac{a^2}{3}=227+8\frac{2}{3}a^2-90a$

i) $-(2x-4)^2-2(10-2x^2)\cdot 4=-4x^2-16+16x-80+16x^2=12x^2+16x-96$

j) $(2\frac{1}{2}c-3)\cdot 2(2\frac{1}{2}c+3)\cdot(0,5-c)=(6,25c^2-9)(1-2c)=6,25c^2-12,5c^3-9+18c$

8 - Ausklammern

Aufgaben

1. Klammere so viel wie möglich aus (bleib aber ganzzahlig)

a) $ab + ac$ b) $ab - ac$ c) $2b + 2c$ d) $2b - 2c$
e) $2a + 4$ f) $2a - 4$ g) $2x + 2$ h) $2s - 2$
i) $2b + 2y - 2$ j) $-2x - 2y + 2$ k) $x^2 + 2x$ l) $x^3 - 3x$
m) $6a + 12b + 15c$ n) $6a^2 - 12a + 18a^3$ o) $10ab + 15a^2$ p) $100ab - 25$
q) $25x^2y + 75xy^2$ r) $xax^2 - 2x^3$ s) $2axy + 4yax$ t) $2axy - 4ayxa$

2. Klammere so viel wie möglich aus und vereinfache

a) $24ax + 6xa - 34a + 4a$ b) $10a^2 + 5ax - 20a^2 - 6ax$ c) $2 \cdot 2ab + 2a \cdot 4b$
d) $2 \cdot (-b) - 4b \cdot (-2)$ e) $-2a \cdot a + 4a^2b$ f) $2ab - 4 \cdot (-ab)$
g) $x^2 \cdot (-x) - (-x) \cdot (-x)$ h) $2axb \cdot 2axb \cdot (-4) - 4$ i) $x \cdot y - yx + x \cdot y - y$

3. Klammere jeweils den Koeffizienten vor dem quadratischen Term aus

a) $4x^2 + 16x + 32$ b) $4x^2 + 2x + 3$ c) $2x^2 + 3x + 5$
d) $2x^2 + x + 1$ e) $-2x^2 + 3x + 5$ f) $-2x^2 + x + 1$
g) $-x^2 + x + 1$ h) $0,2x^2 + 3x + 1$ i) $-0,2x^2 + x + 1$
j) $-x^2 - x - 1$ k) $\frac{1}{3}x^2 + 3x + 1$ l) $-\frac{2}{3}x^2 + 2x + 3$
m) $-0,7x^2 + 2x - 1$ n) $-\frac{1}{7}x^2 + 3x + 2$ o) $1,2a^2 + 6a + 12$
p) $t^2 - \frac{1}{2}t - 1$ q) $-\frac{1}{3}x^2 - x + 1$ r) $-\frac{2}{3}s^2 + s$

Erklärung

Wiederhole für Aufgabe 1 die Blätter *Ausmultiplizieren ...* und beachte, dass Du jetzt einfach alles *rückwärts* machst.

Was man genau ausklammert, ist nicht immer von vornherein klar und hängt davon ab, für was man den Term danach braucht. In Aufgabe 1 soll man beispielsweise so viel wie möglich ausklammern (was meist sinnvoll ist), aber ganzzahlig bleiben. Offen bleibt, ob man eine positive oder negative Zahl ausklammert. D.h. bei der 1j) hätte man ebenso gut $-2x-2y+2 = 2(-x-y+1)$ rechnen können.

Vergiss nicht, *immer* zu schauen, ob man vereinfachen kann, vor allem, wenn Du nicht ausdrücklich daran erinnert wirst, wie in den letzten Teilaufgaben der Aufgabe 1. Hast Du mit dem Vereinfachen Probleme (vor allem Aufgabe 2), dann wiederhole vor allem die Blätter *Produkte ...* und *Summen ....*

Aufgabe 3 ist die typische Anwendung des Ausklammerns auf das Untersuchen eines quadratischen Terms. Hier will man immer vor dem x^2 nichts mehr stehen haben. Zwangsläufig werden dann die Koeffizienten der anderen Summanden evtl. gebrochene Zahlen. (Beispiel: $2x^2 + 3x + 1 = 2(x^2 + 1,5x + 0,5)$, denn $3 = 2 \cdot 1,5$ und $1 = 2 \cdot 0,5$!)

Lösungen

1. Klammere so viel wie möglich aus (bleib aber ganzzahlig)

a) $a(b+c)$	b) $a(b-c)$	c) $2(b+c)$	d) $2(b-c)$
e) $2(a+2)$	f) $2(a-2)$	g) $2(x+1)$	h) $2(s-1)$
i) $2(b+y-1)$	j) $-2(x+y-1)$	k) $x(x+2)$	l) $x(x^2-3)$
m) $3(2a+4b+5c)$	n) $6a(a-2+3a^2)$	o) $5a(2b+3a)$	p) $25(4ab-1)$
q) $25xy(x+3y)$	r) $x^3(a-2)$	s) $6axy$	t) $2axy(1-2a)$

2. Klammere so viel wie möglich aus und vereinfache

a) $24ax+6xa-34a+4a=30ax-30a=30a(x-1)$

b) $10a^2+5ax-20a^2-6ax=-10a^2-ax=-a(10a+x)$

c) $2\cdot 2ab+2a\cdot 4b=4ab+8ab=12ab$

d) $2\cdot(-b)-4b\cdot(-2)=-2b+8b=6b$

e) $-2a\cdot a+4a^2b=-2a^2+4a^2b=-2a^2(1-2b)$

f) $2ab-4\cdot(-ab)=2ab+4ab=6ab$

g) $x^2\cdot(-x)-(-x)\cdot(-x)=-x^3-x^2=-x^2(x+1)$

h) $2axb\cdot 2axb\cdot(-4)-4=-16a^2b^2x^2-4=4(-4a^2b^2x^2-1)$

i) $x\cdot y-yx+x\cdot y-y=xy-xy+xy-y=xy-y=y(x-1)$

3. Klammere jeweils den Koeffizienten vor dem quadratischen Term aus

a) $4(x^2+4x+8)$	b) $4(x^2+0,5x+0,75)$	c) $2(x^2+1,5x+2,5)$
d) $2(x^2+0,5x+0,5)$	e) $-2(x^2-1,5x-2,5)$	f) $-2(x^2-0,5x-0,5)$
g) $-(x^2-x-1)$	h) $0,2(x^2+15x+5)$	i) $-0,2(x^2-5x-5)$
j) $-(x^2+x+1)$	k) $\frac{1}{3}(x^2+9x+3)$	l) $-\frac{2}{3}(x^2-3x-4,5)$
m) $-0,7(x^2-\frac{20}{7}x+\frac{10}{7})$	n) $-\frac{1}{7}(x^2-21x-14)$	o) $1,2(a^2+5a+10)$
p) $t^2-\frac{1}{2}t-1$	q) $-\frac{1}{3}(x^2+3x-3)$	r) $-\frac{2}{3}(s^2-1,5s)$

8 - Bruchterme I

Aufgaben

1. Kürze soweit wie möglich (bleib aber ganzzahlig) und schreibe Ganze vor den Bruch. Kommen Variablen nur im Zähler vor, so ist es üblich, die verbleibenden Variablen dem Bruch hintan zu stellen (siehe Erklärungen).

a) $\frac{2}{4}$ b) $\frac{15}{75}$ c) $\frac{25}{45}$ d) $1\frac{5}{10}$
e) $\frac{20}{6}$ f) $\frac{150}{70}$ g) $5\frac{25}{15}$ h) $10\frac{50}{20}$
i) $\frac{2x}{41x}$ j) $\frac{82x}{41x}$ k) $\frac{2x}{4x^2}$ l) $\frac{20x}{410x^3}$
m) $\frac{x+y}{2+y}$ n) $\frac{2+3}{2+5}$ o) $\frac{2x^2}{41x}$ p) $\frac{82x^3}{41x}$
q) $\frac{20ax}{4x}$ r) $\frac{20x^2}{40x^3}$ s) $\frac{x^{10}}{x^9}$ t) $\frac{12a^2x}{15ax}$
u) $\frac{2xy^2}{40yx^2}$ v) $\frac{21x}{42x}$ w) $\frac{2x^2 \cdot 5}{25 \cdot 4x}$ x) $\frac{2x^2 \cdot y \cdot 2a}{4x \cdot axy}$

2. Fasse zusammen und kürze soweit wie möglich

a) $20 \cdot \frac{x}{40x}$ b) $\frac{x}{2} \cdot \frac{4}{x}$ c) $3 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{2x}{15}$
d) $3\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{x}{2}$ e) $2x \cdot \frac{x^2}{40x}$ f) $x \cdot \frac{x}{2} \cdot \frac{2}{x}$
g) $3,2 \cdot \frac{x^2}{8} \cdot \frac{10}{x^3}$ h) $10 \cdot \frac{0{,}02x}{2{,}4}$ i) $\frac{1}{2} \cdot x \cdot \frac{1}{2x}$

3. Fasse zusammen und kürze soweit wie möglich

a) $20 : \frac{x}{40x}$ b) $\frac{x}{2} : \frac{4}{x}$ c) $3 \cdot \frac{2}{5} : \frac{2x}{15}$
d) $3\frac{1}{2} \cdot 2 : \frac{x}{2}$ e) $20 : \frac{40x}{x^2}$ f) $\frac{x}{2} : \frac{8}{x^2}$
g) $3 : \frac{15}{2} \cdot \frac{25x}{3}$ h) $3\frac{1}{2} \cdot x : \frac{x}{2}$ i) $3\frac{1}{2} : 2 : \frac{x}{2}$

4. Fasse zusammen und kürze soweit wie möglich

a) $\frac{x-1}{2(x-1)}$ b) $\frac{x+1}{2} \cdot \frac{4}{x+1}$ c) $\frac{x+y}{2+y} \cdot \frac{4}{y+x}$
d) $\frac{2xy}{4-x}$ e) $\frac{2x(a+b)}{(a+b)x}$ f) $\frac{2x+2}{2(x+1)}$
g) $(x+a) \cdot \frac{200}{x+a}$ h) $\frac{a+b}{c+d} \cdot \frac{d+c}{b+a}$ i) $\frac{a+b}{a^2} \cdot \frac{4a}{2(b+a)}$

Erklärung

Zu Aufgabe 1 bedenke vor allem: *Differenzen uns die Summen kürzen nur die Dummen.* 1m) und 1n) kann man also nicht kürzen. Kürzen kann man nur *gemeinsame Faktoren* von Zähler und Nenner. Sieht man die Faktoren nicht explizit, dann stelle sie Dir durch Zerlegung vor: Z.B. $15 = 3 \cdot 5$ oder $x^3 = x \cdot x \cdot x$. Schreibe $\frac{1}{2}x$ statt $\frac{x}{2}$ oder $\frac{3}{2}x$ statt $\frac{3x}{2}$

In Aufgabe 2 fasst Du zuerst zusammen nach der Bruchrechenregel für Produkte: *Zähler mal Zähler durch Nenner mal Nenner*. Notfalls ergänzt Du ganze Zahlen durch eine 1 im Nenner zu einem Bruch oder: *Eine Zahl mal Bruch ist die Zahl mal den Zähler*: $3 \cdot \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{5} = \frac{6}{5} = 1,2$.

Aufgabe 3 ist wie Aufgabe 2. Statt *geteilt durch Bruch* schreibe *mal Kehrwert*.

In Aufgabe 4 muss man auch ganze Summenwerte kürzen. Z.B. $\frac{2 \cdot (a+b)}{3 \cdot (a+b)} = \frac{2}{3}$

Lösungen

1. Kürze soweit wie möglich (bleib aber ganzzahlig) und schreibe Ganze vor den Bruch. Kommen Variablen nur im Zähler vor, so ist es üblich, die verbleibenden Variablen dem Bruch hintan zu stellen (siehe Erklärungen).

   a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{5}{9}$ d) $1\frac{1}{2}$ e) $3\frac{1}{3}$ f) $2\frac{1}{7}$
   g) $6\frac{2}{3}$ h) $12\frac{1}{2}$ i) $\frac{2}{41}$ j) 2 k) $\frac{1}{2x}$ l) $\frac{2}{41x^2}$
   m) $\frac{x+y}{2+y}$ n) $\frac{5}{7}$ o) $\frac{2}{41}x$ p) $2x^2$ q) $5a$ r) $\frac{1}{2x}$
   s) x t) $\frac{4}{5}a$ u) $\frac{y}{20x}$ v) $\frac{1}{2}$ w) $\frac{1}{10}x$ x) 1

2. Fasse zusammen und kürze soweit wie möglich

   a) $\frac{1}{2}$ b) 2 c) x d) $\frac{7}{2}x$ e) $\frac{1}{20}x^2$
   f) x g) $\frac{4}{x}$ h) $\frac{1}{12}x$ i) $\frac{1}{4}$

3. Fasse zusammen und kürze soweit wie möglich

   a) 800 b) $\frac{1}{8}x^2$ c) $\frac{9}{x}$ d) $\frac{14}{x}$ e) $\frac{1}{2}x$
   f) $\frac{x^3}{16}$ g) $3\frac{1}{3}x$ h) 7 i) $\frac{7}{2x}$

4. Fasse zusammen und kürze soweit wie möglich

   a) $\frac{1}{2}$ b) 2 c) $\frac{4}{2+y}$ d) $\frac{2xy}{4-x}$ e) 2
   f) 1 g) 200 h) 1 i) $\frac{2}{a}$

9 - Irrationale Zahlen, Rechnen mit Wurzeln I

Aufgaben

1. Kreuze wahre Aussagen an.
   a) ☐ $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$
   b) ☐ $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \in \mathbb{Q}$
   c) ☐ $2 \in \mathbb{R}$
   d) ☐ $\sqrt{0,000000000000000001} \in \mathbb{Q}$
   e) ☐ $\pi \cdot \frac{\pi}{\pi^2} \in \mathbb{Q}$
   f) ☐ $\sqrt{2^{111}} \in \mathbb{Q}$
   g) ☐ $\sqrt{3^{110} \cdot 5^{120}} \notin \mathbb{Q}$
   h) ☐ $\pi \in \mathbb{Q}$
   i) ☐ $\sqrt{10000000000000} \notin \mathbb{Q}$
   j) ☐ $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

2. Vereinfache soweit wie möglich. Unter der Wurzel sollen so wenig Faktoren wie möglich verbleiben.
   a) $\sqrt{x^2}$ b) $\sqrt{y^4}$ c) $\sqrt{a^2 \cdot b^4}$ d) $\sqrt{4x^2}$
   e) $\sqrt{100x^2}$ f) $\sqrt{40a^2}$ g) $\sqrt{x^2 + ax^2}$ h) $\sqrt{xy^3 \cdot xy^2}$
   i) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{9a}$ j) $\sqrt{12x} \cdot \sqrt{3x}$ k) $\frac{\sqrt{20x}}{\sqrt{5x}}$ l) $\frac{\sqrt{2ab}}{\sqrt{72a}}$
   m) $\sqrt{\frac{1}{3}(80x^2 - 5x^2)}$ n) $\frac{\sqrt{(1+x)^2}}{\sqrt{1-x^2}}$ o) $\sqrt{x}(\sqrt{x} + \sqrt{2x})$ p) $\left(\sqrt{x}\right)^2 \cdot \sqrt{x^2}$

Erklärung

Im Unterricht haben wir die irrationalen Zahlen $\sqrt{2}$ und π kennengelernt. Man kann auch die Irrationalität anderer Wurzeln nach folgender Regel entscheiden: Wurzeln von rationalen Zahlen (also von ganzen Zahlen, Brüchen) sind ebenfalls rational, wenn in der Primfaktorzerlegung (von Nenner und Zähler) *jeder Faktor* (in Zähler und Nenner) *paarweise* vorkommt. Also beispielsweise ...

$\sqrt{36} = \sqrt{(2 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 3)}$ ist rational, nämlich 6

$\sqrt{72} = \sqrt{2 \cdot (2 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 3)}$ ist irrational, da die 2 einmal alleine steht

$\sqrt{0,001} = \sqrt{\frac{1}{1000}} = \sqrt{\frac{1}{10 \cdot (10 \cdot 10)}}$ ist irrational, da im Nenner die 10 einmal alleine steht, aber

$\sqrt{0,01} = \sqrt{\frac{1}{100}} = \sqrt{\frac{1}{(10 \cdot 10)}}$ ist rational, da im Nenner die 10 nur paarweise steht

$\sqrt{\frac{63}{28}} = \sqrt{\frac{7 \cdot (3 \cdot 3)}{7 \cdot (2 \cdot 2)}}$ ist rational, nämlich $1,5$. Die einsame 7 lässt sich nämlich kürzen!

Bei Potenzen kannst Du am (geraden oder ungeraden) Exponenten erkennen, ob die Faktoren paarweise vorkommen.

Lösungen

1. Kreuze wahre Aussagen an.
   a) falsch, denn $\sqrt{2}$ ist irrational
   b) wahr, denn $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$ ist rational
   c) wahr, denn $2 = 2,0000...$ ist eine reelle Zahl
   d) wahr, denn $\sqrt{0,000000000000000001} = 0,000000001$ ist rational
   e) wahr, denn $\pi \cdot \frac{\pi}{\pi^2} = 1$ ist rational
   f) falsch, denn unter der Wurzel stehen 55 Pärchen aus 2ern und eine einzelne 2
   g) falsch, denn die Wurzel aus 55 3er- und 60 5er-Pärchen ist rational
   h) falsch, denn π ist irrational
   i) wahr, denn unter der Wurzel steht 10^{13}, also 6 10er-Pärchen und eine einzelne 10
   j) wahr, denn rationale Zahlen sind reelle Zahlen, also Kommazahlen

2. Vereinfache soweit wie möglich. Unter der Wurzel sollen so wenig Faktoren wie möglich verbleiben.
   a) x
   b) y^2
   c) $\sqrt{a^2} \cdot \sqrt{b^4} = ab^2$
   d) $2x$
   e) $10x$
   f) $\sqrt{4 \cdot 10a^2} = 2a\sqrt{10}$
   g) $\sqrt{x^2(1+a)} = x\sqrt{1+a}$
   h) $\sqrt{x^2y^5} = xy^2\sqrt{y}$
   i) $\sqrt{a \cdot 9a} = 3a$
   j) $\sqrt{12x \cdot 3x} = 6x$
   k) $\sqrt{\frac{20x}{5x}} = 2$
   l) $\sqrt{\frac{2ab}{72a}} = \frac{1}{6}\sqrt{b}$
   m) $\sqrt{\frac{1}{3}(75x^2)} = 5x$
   n) $\sqrt{\frac{(1+x)^2}{(1-x)(1+x)}} = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$
   o) $x + \sqrt{x}\sqrt{2x} = x + x\sqrt{2}$
   p) $x \cdot x = x^2$

Wochenübungsblatt R6

9 - Rechnen mit Wurzeln II

Aufgaben

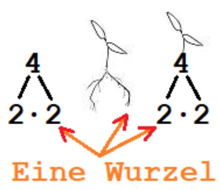
1. Vereinfache soweit wie möglich.

a) $\sqrt{9}$	b) $\sqrt{36}$	c) $\sqrt{2 \cdot 2}$	d) $\sqrt{2^2 \cdot 3^2}$	e) $\sqrt{(2 \cdot 3)^2}$
f) $\sqrt{a^2}$	g) $\sqrt{(ax)^2}$	h) $\sqrt{(ax) \cdot (ax)}$	i) $\sqrt{a^2 \cdot x^2}$	j) $\sqrt{\frac{a^2}{b^2}}$
k) $\sqrt{\frac{1}{100}}$	l) $\sqrt{0,01}$	m) $\sqrt{0,001}$	n) $\sqrt{0,0001}$	o) $\sqrt{0,64}$
p) $\sqrt{6,4}$	q) $\sqrt{x^4}$	r) $\sqrt{x^6}$	s) $\sqrt{x^8}$	t) $\sqrt{(x-1)^2}$
u) $\sqrt{(x+1)^2}$	v) $\sqrt{1+x^2}$	w) $\sqrt{1-2x+x^2}$	x) $\sqrt{x}^2$	y) $\sqrt{ab}^2$

2. Vereinfache soweit wie möglich. Schreibe soviele Faktoren wie möglich vor die Wurzel.

a) $\sqrt{3x^2}$	b) $\sqrt{9yx^2}$	c) $\sqrt{200}$	d) $\sqrt{40x^3}$	e) $\sqrt{(xy) \cdot 4x^3y^3}$
f) $\sqrt{6xy \cdot 8xy}$	g) $\sqrt{\frac{6x^3y^3}{2xy}}$	h) $\sqrt{\frac{(xy)^2 \cdot 20}{5a^2}}$	i) $\sqrt{\frac{4x^{-1}}{x}}$	j) $\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \cdot \sqrt{\frac{9x-9}{4x+4}}$
k) $\sqrt{x^2 + \frac{1}{4}x^2}$	l) $\sqrt{a^2 - \frac{1}{4}a^2}$	m) $\sqrt{(x+1)^2 - 1 - 2x}$		

Erklärung



Zerlegt man eine Zahl in zwei gleich große Faktoren, entsteht eine Darstellung ähnlich einem Keimling. Einer der beiden Faktoren ist bildlich "eine Wurzel" vom Keimling. Daher die bildliche Ausdrucksweise. "Die Wurzel aus einer Zahl ziehen" bedeutet also: Eine Zahl in zwei gleich große Faktoren zerlegen. "Die Wurzel (Eine der beiden)" ist dann das Ergebnis. $\sqrt{4}$ ist beispielsweise die Zahl 2. Quadriert man die Wurzel (in unserem Beispiel die Zahl 2, so kommt wieder die ursprüngliche Zahl raus (die 4). Daher schon die beiden Rechenregeln:

I: $\sqrt{x^2} = x$ und $\sqrt{x}^2 = x$

Quadrieren und Wurzelziehen hintereinander hebt sich also auf. Aus Aufgabe i) und j) ergeben sich die Rechenregeln:

II: $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ und

III: $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Man kann also aus einem Produkt die Wurzel ziehen, indem man von den einzelnen Faktoren die Wurzel zieht und aus einem Bruch zieht man die Wurzel, indem man aus Zähler und Nenner die Wurzel zieht.

Die Wurzel aus einer Summe kann man nicht vereinfachen! (Aufgabe 1v)

Aus diesen Rechenregeln ergeben sich (in Kombination mit den Tricks des letzten Schuljahres) die folgenden Lösungen.

Lösungen

1. Vereinfache soweit wie möglich.

a) $\sqrt{9} = 3$

b) $\sqrt{36} = 6$

c) $\sqrt{2 \cdot 2} = 2$

d) $\sqrt{2^2 \cdot 3^2} = 2 \cdot 3 = 6$

e) $\sqrt{(2 \cdot 3)^2} = 2 \cdot 3 = 6$

f) $\sqrt{a^2} = a$

g) $\sqrt{(ax)^2} = ax$

h) $\sqrt{(ax) \cdot (ax)} = ax$

i) $\sqrt{a^2 \cdot x^2} = ax$

j) $\sqrt{\frac{a^2}{b^2}} = \frac{a}{b}$

k) $\sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10}$

l) $\sqrt{0,01} = 0,1$

m) $\sqrt{0,001}$, ist irrational

n) $\sqrt{0,0001} = 0,01$

o) $\sqrt{0,64} = 0,8$

p) $\sqrt{6,4}$, ist irrational

q) $\sqrt{x^4} = x^2$

r) $\sqrt{x^6} = x^3$

s) $\sqrt{x^8} = x^4$

t) $\sqrt{(x-1)^2} = x - 1$

u) $\sqrt{(x+1)^2} = x + 1$

v) $\sqrt{1 + x^2}$, ist nicht zu vereinfachen

w) $\sqrt{1 - 2x + x^2} = \sqrt{(1-x)^2} = 1 - x$

x) $\sqrt{x}^2 = x$

y) $\sqrt{ab}^2 = ab$

2. Vereinfache soweit wie möglich. Schreibe soviele Faktoren wie möglich vor die Wurzel.

a) $\sqrt{3x^2} = \sqrt{3 \cdot x^2} = x\sqrt{3}$

b) $\sqrt{9yx^2} = \sqrt{3^2 \cdot y \cdot x^2} = 3x\sqrt{y}$

c) $\sqrt{200} = \sqrt{2 \cdot 10^2} = 10\sqrt{2}$

d) $\sqrt{40x^3} = \sqrt{2^2 \cdot 10 \cdot x \cdot x^2} = 2x\sqrt{10x}$

e) $\sqrt{(xy) \cdot 4x^3y^3} = \sqrt{4x^4y^4} = 2x^2y^2$

f) $\sqrt{6xy \cdot 8xy} = \sqrt{4^2 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot y^2} = 4xy\sqrt{3}$

g) $\sqrt{\frac{6x^3y^3}{2xy}} = \sqrt{3x^2y^2} = xy\sqrt{3}$

h) $\sqrt{\frac{(xy)^2 \cdot 20}{5a^2}} = \sqrt{\frac{4(xy)^2}{a^2}} = \frac{2xy}{a}$

i) $\sqrt{\frac{4x^{-1}}{x}} = \sqrt{\frac{4}{x^2}} = \frac{2}{x}$

j) $\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \cdot \sqrt{\frac{9x-9}{4x+4}} = \sqrt{\frac{x+1}{x-1} \cdot \frac{9(x-1)}{4(x+1)}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$

k) $\sqrt{x^2 + \frac{1}{4}x^2} = \sqrt{\frac{5}{4}x^2} = \sqrt{\frac{5x^2}{4}} = \frac{x}{2}\sqrt{5}$

l) $\sqrt{a^2 - \frac{1}{4}a^2} = \sqrt{\frac{3}{4}a^2} = \frac{a}{2}\sqrt{3}$

m) $\sqrt{(x+1)^2 - 1 - 2x} = \sqrt{x^2 + 1 + 2x - 1 - 2x} = \sqrt{x^2} = x$