

9 - Rechnen mit Wurzeln II

Aufgaben

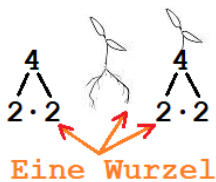
1. Vereinfache soweit wie möglich.

- | | | | | |
|---------------------------|--------------------|-----------------------------|---------------------------|-----------------------------|
| a) $\sqrt{9}$ | b) $\sqrt{36}$ | c) $\sqrt{2 \cdot 2}$ | d) $\sqrt{2^2 \cdot 3^2}$ | e) $\sqrt{(2 \cdot 3)^2}$ |
| f) $\sqrt{a^2}$ | g) $\sqrt{(ax)^2}$ | h) $\sqrt{(ax) \cdot (ax)}$ | i) $\sqrt{a^2 \cdot x^2}$ | j) $\sqrt{\frac{a^2}{b^2}}$ |
| k) $\sqrt{\frac{1}{100}}$ | l) $\sqrt{0,01}$ | m) $\sqrt{0,001}$ | n) $\sqrt{0,0001}$ | o) $\sqrt{0,64}$ |
| p) $\sqrt{6,4}$ | q) $\sqrt{x^4}$ | r) $\sqrt{x^6}$ | s) $\sqrt{x^8}$ | t) $\sqrt{(x-1)^2}$ |
| u) $\sqrt{(x+1)^2}$ | v) $\sqrt{1+x^2}$ | w) $\sqrt{1-2x+x^2}$ | x) $\sqrt{x^2}$ | y) $\sqrt{ab^2}$ |

2. Vereinfache soweit wie möglich. Schreibe soviele Faktoren wie möglich vor die Wurzel.

- | | | | | |
|----------------------------------|----------------------------------|--|-------------------------------|--|
| a) $\sqrt{3x^2}$ | b) $\sqrt{9yx^2}$ | c) $\sqrt{200}$ | d) $\sqrt{40x^3}$ | e) $\sqrt{(xy) \cdot 4x^3y^3}$ |
| f) $\sqrt{6xy \cdot 8xy}$ | g) $\sqrt{\frac{6x^3y^3}{2xy}}$ | h) $\sqrt{\frac{(xy)^2 \cdot 20}{5a^2}}$ | i) $\sqrt{\frac{4x^{-1}}{x}}$ | j) $\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \cdot \sqrt{\frac{9x-9}{4x+4}}$ |
| k) $\sqrt{x^2 + \frac{1}{4}x^2}$ | l) $\sqrt{a^2 - \frac{1}{4}a^2}$ | m) $\sqrt{(x+1)^2 - 1 - 2x}$ | | |

Erklärung



Zerlegt man eine Zahl in zwei gleich große Faktoren, entsteht eine Darstellung ähnlich einem Keimling. Einer der beiden Faktoren ist bildlich "eine Wurzel" vom Keimling. Daher die bildliche Ausdrucksweise. "Die Wurzel aus einer Zahl ziehen" bedeutet also: Eine Zahl in zwei gleich große Faktoren zerlegen. "Die Wurzel (Eine der beiden)" ist dann das Ergebnis. $\sqrt{4}$ ist beispielsweise die Zahl 2. Quadriert man die Wurzel (in unserem Beispiel die Zahl 2, so kommt wieder die ursprüngliche Zahl raus (die 4). Daher schon die beiden Rechenregeln:

I: $\sqrt{x^2} = x$ und $\sqrt{x^2} = x$

Quadrieren und Wurzelziehen hintereinander hebt sich also auf. Aus Aufgabe i) und j) ergeben sich die Rechenregeln:

II: $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ und

III: $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Man kann also aus einem Produkt die Wurzel ziehen, indem man von den einzelnen Faktoren die Wurzel zieht und aus einem Bruch zieht man die Wurzel, indem man aus Zähler und Nenner die Wurzel zieht.

Die Wurzel aus einer Summe kann man nicht vereinfachen! (Aufgabe 1v)

Aus diesen Rechenregeln ergeben sich (in Kombination mit den Tricks des letzten Schuljahres) die folgenden Lösungen.

Lösungen

1. Vereinfache soweit wie möglich.

a) $\sqrt{9} = 3$

c) $\sqrt{2 \cdot 2} = 2$

e) $\sqrt{(2 \cdot 3)^2} = 2 \cdot 3 = 6$

g) $\sqrt{(ax)^2} = ax$

i) $\sqrt{a^2 \cdot x^2} = ax$

k) $\sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10}$

m) $\sqrt{0,001}$, ist irrational

o) $\sqrt{0,64} = 0,8$

q) $\sqrt{x^4} = x^2$

s) $\sqrt{x^8} = x^4$

u) $\sqrt{(x+1)^2} = x+1$

w) $\sqrt{1-2x+x^2} = \sqrt{(1-x)^2} = 1-x$

y) $\sqrt{ab^2} = ab$

b) $\sqrt{36} = 6$

d) $\sqrt{2^2 \cdot 3^2} = 2 \cdot 3 = 6$

f) $\sqrt{a^2} = a$

h) $\sqrt{(ax) \cdot (ax)} = ax$

j) $\sqrt{\frac{a^2}{b^2}} = \frac{a}{b}$

l) $\sqrt{0,01} = 0,1$

n) $\sqrt{0,0001} = 0,01$

p) $\sqrt{6,4}$, ist irrational

r) $\sqrt{x^6} = x^3$

t) $\sqrt{(x-1)^2} = x-1$

v) $\sqrt{1+x^2}$, ist nicht zu vereinfachen

x) $\sqrt{x^2} = x$

2. Vereinfache soweit wie möglich. Schreibe so viele Faktoren wie möglich vor die Wurzel.

a) $\sqrt{3x^2} = \sqrt{3 \cdot x^2} = x\sqrt{3}$

c) $\sqrt{200} = \sqrt{2 \cdot 10^2} = 10\sqrt{2}$

e) $\sqrt{(xy) \cdot 4x^3y^3} = \sqrt{4x^4y^4} = 2x^2y^2$

g) $\sqrt{\frac{6x^3y^3}{2xy}} = \sqrt{3x^2y^2} = xy\sqrt{3}$

i) $\sqrt{\frac{4x^{-1}}{x}} = \sqrt{\frac{4}{x^2}} = \frac{2}{x}$

k) $\sqrt{x^2 + \frac{1}{4}x^2} = \sqrt{\frac{5}{4}x^2} = \sqrt{\frac{5x^2}{4}} = \frac{x}{2}\sqrt{5}$

m) $\sqrt{(x+1)^2 - 1 - 2x} = \sqrt{x^2 + 1 + 2x - 1 - 2x} = \sqrt{x^2} = x$

b) $\sqrt{9yx^2} = \sqrt{3^2 \cdot y \cdot x^2} = 3x\sqrt{y}$

d) $\sqrt{40x^3} = \sqrt{2^2 \cdot 10 \cdot x \cdot x^2} = 2x\sqrt{10x}$

f) $\sqrt{6xy \cdot 8xy} = \sqrt{4^2 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot y^2} = 4xy\sqrt{3}$

h) $\sqrt{\frac{(xy)^2 \cdot 20}{5a^2}} = \sqrt{\frac{4(xy)^2}{a^2}} = \frac{2xy}{a}$

j) $\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \cdot \sqrt{\frac{9x-9}{4x+4}} = \sqrt{\frac{x+1}{x-1} \cdot \frac{9(x-1)}{4(x+1)}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$

l) $\sqrt{a^2 - \frac{1}{4}a^2} = \sqrt{\frac{3}{4}a^2} = \frac{a}{2}\sqrt{3}$