

8 - Binomische Formeln

Aufgaben

1. Verwandle die Produkte in Summen und fasse soweit wie möglich zusammen

- | | | | |
|---------------------|-----------------------|---|-----------------------|
| a) $(a + b)(a + b)$ | b) $(x + y)(x + y)$ | c) $(s + t)(s + t)$ | d) $(a + 1)(a + 1)$ |
| e) $(a - b)(a - b)$ | f) $(x - y)(x - y)$ | g) $(s - t)(s - t)$ | h) $(a - 1)(a - 1)$ |
| i) $(a - b)(a + b)$ | j) $(x - y)(x + y)$ | k) $(s + t)(s - t)$ | l) $(a + 1)(a - 1)$ |
| m) $(a + b)^2$ | n) $(2 + y)^2$ | o) $(\frac{1}{2} + t)^2$ | p) $(a + 0,5)^2$ |
| q) $(a - b)^2$ | r) $(y - 5)^2$ | s) $(s - \frac{1}{3})^2$ | t) $(0,1 - d)^2$ |
| u) $(a + b)(a - b)$ | v) $(10 - e)(10 + e)$ | w) $(\frac{2}{5} + 2t)(\frac{2}{5} - 2t)$ | x) $(3a + 2)(3a - 2)$ |

2. Vergleiche

- | | | | |
|---------------|----------------|-------------|---------------|
| a) $3 - 7$ | b) $7 - 3$ | c) $5 - 11$ | d) $11 - 5$ |
| e) $5 - 11$ | f) $-(11 - 5)$ | g) $a - b$ | h) $-(b - a)$ |
| i) $-(a + b)$ | j) $-(-a - b)$ | k) 2^2 | l) $(-2)^2$ |

3. Verwandle die Produkte in Summen und fasse soweit wie möglich zusammen

- | | | | |
|---------------------|-----------------------|---|-----------------------|
| a) $(-a + b)^2$ | b) $(-a - b)^2$ | c) $(b - a)(a + b)$ | d) $(a - b)(-a + b)$ |
| e) $(b - a)(a - b)$ | f) $(-a - b)(-a + b)$ | g) $(-1 + x)^2$ | h) $(-3 - 2x)^2$ |
| i) $(x - 2)(2 + x)$ | j) $(a - a)(-a + a)$ | k) $(\frac{1}{3} - a)(a - \frac{1}{3})$ | l) $(-a - 0)(-a + 0)$ |

4. Verwandle die Produkte in Summen und fasse soweit wie möglich zusammen

- | | | | |
|----------------------|-------------------------|--------------------------|-----------------------------|
| a) $(2a + b)^2$ | b) $(x - 1,5)^2$ | c) $(\frac{a}{b} + 1)^2$ | d) $(a + 1\frac{1}{2})^2$ |
| e) $(0,1a - ab)^2$ | f) $(xy - 1)^2$ | g) $(st - 1)(st + 1)$ | h) $(a - 100)^2$ |
| i) $(-2 - 1)(2 + 1)$ | j) $(x^2 - y)(x^2 + y)$ | k) $(a^3 + 1)(a^3 - 1)$ | l) $(3s^2 + 12)(3s^2 - 12)$ |
| m) $(6 + 3b)^2$ | n) $(20 + 10y)^2$ | o) $(a + 0,5x)^2$ | |

5. Vereinfache soweit wie möglich

- | | |
|---|---|
| a) $(x + 2)^2 + (x + 2) - 9$ | b) $2(x - 1)^2 + 3(x - 1) + 4$ |
| c) $\frac{1}{2}(x + 1)^2 - (x + 1) - 1$ | d) $2,5(a + 1)^2 - \frac{1}{20}(a + 1) + \frac{1}{2}$ |
| e) $2(x - 0)^2 + 3(x - 0) + 4$ | f) $\frac{1}{2}(x - 0,5)^2 - 4(x - 0,5) - 2$ |
| g) $(x - 5)^2 + 5(x - 5) - 24$ | h) $10(x + 1,5)^2 - 4(x + 1,5)$ |

Erklärung

$$(a + b)(a + b) = (a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$(a - b)(a - b) = (a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

$$(a + b)(a - b) = \dots = a^2 - b^2$$

Die binomischen Formeln sind in aller Munde, aber in ihrer Bedeutung - gelinde gesagt - überschätzt. Die Umformung der ersten binomischen Formel: $(a + b)(a + b) = a^2 + b^2 + 2ab$, kannst Du z.B. auch erreichen, indem Du einfach die beiden Klammern ausmultiplizierst und zusammenfasst: $(a + b)(a + b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + b^2 + 2ab$. Der Vorteil: Du weißt das Ergebnis schon auswendig, schreibst es einfach hin und sparst *einen* Rechenschritt. Dafür musst Du aber drei Formeln auswendig lernen (und nie wieder vergessen) und üben, sie auf möglichst viele ähnliche Situationen zu übertragen. Na ja! Es gibt Spannenderes. Zwei Situationen, in denen sie in der Realschule nützen: Das Verschieben von Flugbahnen (Parabeln, 10. Klasse, Abschlussprüfung) und das berechnen des Scheitelpunkts von Flugbahnen (Parabeln, 8. und 10. Klasse, Abschlussprüfung). Daher die komischen Terme in Aufgabe 5.

Lösungen

- Verwandle die Produkte in Summen und fasse soweit wie möglich zusammen

a) $a^2 + b^2 + 2ab$	b) $x^2 + y^2 + 2xy$	c) $s^2 + t^2 + 2st$	d) $a^2 + 1 + 2a$
e) $a^2 + b^2 - 2ab$	f) $x^2 + y^2 - 2xy$	g) $s^2 + t^2 - 2st$	h) $a^2 + 1 - 2a$
i) $a^2 - b^2$	j) $x^2 - y^2$	k) $s^2 - t^2$	l) $a^2 - 1$
m) $a^2 + b^2 + 2ab$	n) $4 + y^2 + 4y$	o) $\frac{1}{4} + t^2 + t$	p) $a^2 + 0,25 + a$
q) $a^2 + b^2 - 2ab$	r) $y^2 + 25 - 10y$	s) $s^2 + \frac{1}{9} - \frac{2}{3}s$	t) $0,01 + d^2 - 0,2d$
u) $a^2 - b^2$	v) $100 - e^2$	w) $\frac{4}{25} - 4t^2$	x) $9a^2 - 4$
- Es fällt auf: Eine Minusaufgabe (Differenz) darf man nicht einfach umdrehen, denn das Ergebnis ändert sich dann. Aber was ändert sich? Nur das Vorzeichen dreht sich um! bei 2k) und 2l) aber siehst Du, das Vorzeichen einer Zahl ist egal, wenn danach quadriert wird. Also kannst Du die binomischen Formeln auch benutzen, wenn statt $(a - b)$, $(b - a)$ steht oder statt $(a + b)$, $(-a - b)$ steht, ect.
- Verwandle die Produkte in Summen und fasse soweit wie möglich zusammen

a) $a^2 + b^2 - 2ab$	b) $a^2 + b^2 + 2ab$	c) $b^2 - a^2$	d) $-a^2 - b^2 + 2ab$
e) $-a^2 - b^2 + 2ab$	f) $a^2 - b^2$	g) $x^2 + 1 - 2x$	h) $9 + 4x^2 + 12x$
i) $x^2 - 4$	j) 0	k) $-\frac{1}{9} - a^2 + \frac{2}{3}a$	l) a^2
- Verwandle die Produkte in Summen und fasse soweit wie möglich zusammen

a) $4a^2 + b^2 + 4ab$	b) $x^2 + 2,25 - 3x$	c) $\frac{a^2}{b^2} + 1 + \frac{2a}{b}$
d) $a^2 + 2\frac{1}{4} + 3a$	e) $0,01a^2 + a^2b^2 - 0,2a^2b$	f) $x^2y^2 + 1 - 2xy$
g) $s^2t^2 - 1$	h) $a^2 + 10.000 - 200a$	i) $(-3) \cdot 3 = -9$
j) $x^4 - y^2$	k) $a^6 - 1$	l) $9s^4 - 144$
m) $36 + 9b^2 + 36b$	n) $400 + 100y^2 - 400y$	o) $a^2 + 0,25x^2 + ax$
- Vereinfache soweit wie möglich

a) $x^2 + 5x - 3$	b) $2x^2 - x + 3$	c) $\frac{1}{2}x^2 - 1,5x$	d) $2,5a^2 + 4\frac{19}{20}a + 2\frac{19}{20}$
e) $2x^2 + 3x + 4$	f) $\frac{1}{2}x^2 - 4,5x + \frac{1}{8}$	g) $x^2 - 5x - 24$	h) $10x^2 + 26x + 16,5$