

# Das Geobrett

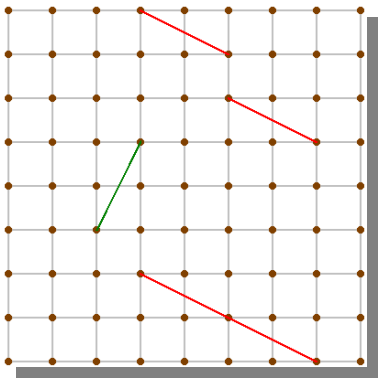
... als Medium für einen erkenntnis- und handlungsorientierten Mathematikunterricht  
Wolfgang Lentner, MRS Rosenheim, [wolfganglentner@web.de](mailto:wolfganglentner@web.de), 08055/189509

## Klasse 5

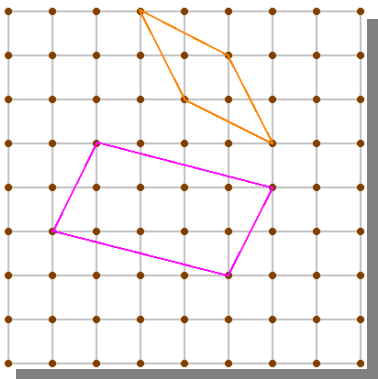
### Stichworte aus dem Lehrplan

- Geometrische Grundbegriffe
  - x Koordinatensystem, Inzidenzen
  - x Längen von Strecken (gleich lang, doppelt so lang)
  - x parallele und senkrechte Strecken
  - x besondere Vierecke
  - x Achsensymmetrie
- Umfang und Fläche von Rechtecken
  - x Umfang und Fläche von Rechtecken
  - x von Rechtecken abgeleitete Figuren (aus Rechtecken zusammengesetzte und zu Rechtecken ergänzte Figuren)

### Aufgabenideen

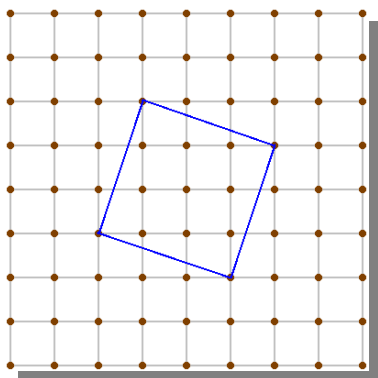


**A1:** Bestimme, welche Strecken zueinander parallel oder senkrecht sind. Bestimme, welche Strecken gleich lang sind oder in einem ganzzahligen Verhältnis zueinander stehen. **Alternativ:** Lege eine Strecke, die an einem bestimmten Punkt beginnt, zu einer gegebenen Strecke parallel ist (dazu senkrecht steht), aber dreimal so lang ist.



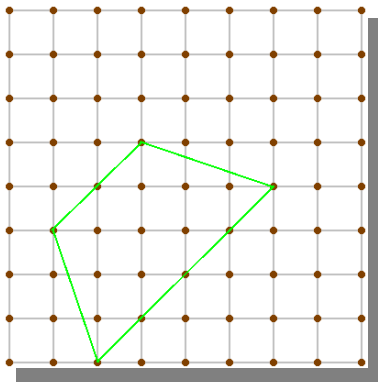
**A2:** Um welche besonderen Vierecke handelt es sich? Begründe! Gibt es besondere Längenverhältnisse?

**Alternativ:** Lege ein Parallelogramm (eine Raute, ...) mit 3 gegebenen Ecken.



**A3:** Um welches besondere Viereck handelt es sich? Begründe!

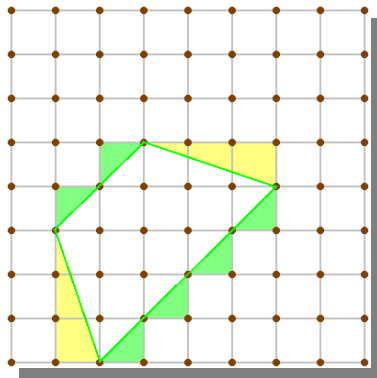
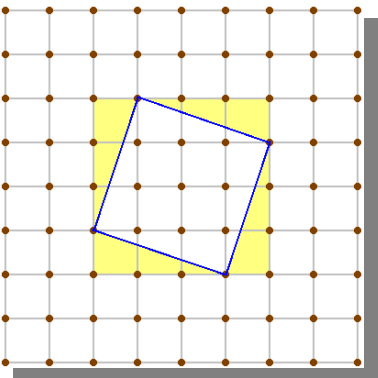
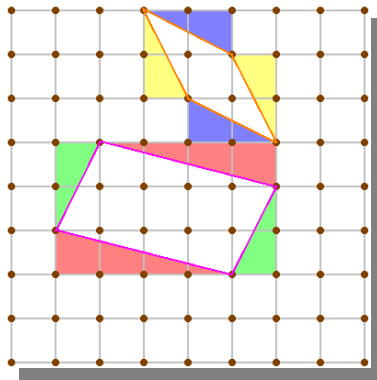
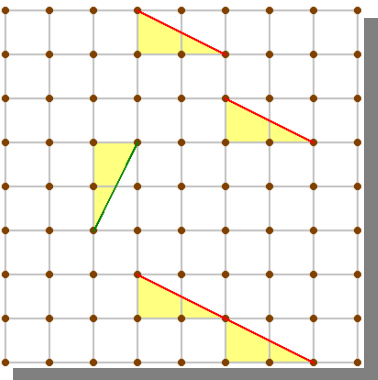
**Alternativ:** Lege ein schräges Rechteck, dessen eine Seite dreimal so lang ist wie die andere.



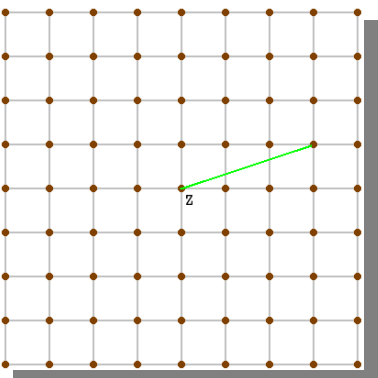
**A4:** Um welches besondere Viereck handelt es sich? Begründe!

Gibt es besondere Längenverhältnisse?

Entscheidend ist das Sehen „kongruenter Steigungsdreiecke“



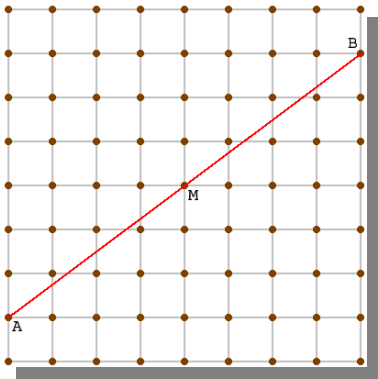
Strecken drehen um  $90^\circ$



**A5:** Drehe die grüne Strecke  $90^\circ$  um den Punkt Z.

**Alternativ:** Drehe die grüne Strecke drei mal  $90^\circ$  um den Punkt Z.

Ebenso können Inzidenzargumente formuliert werden:

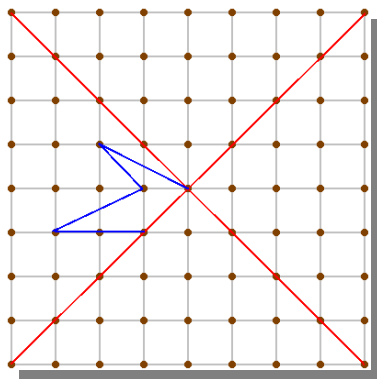
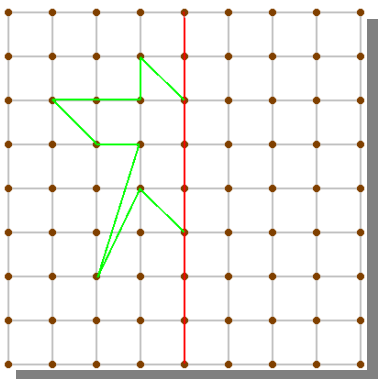
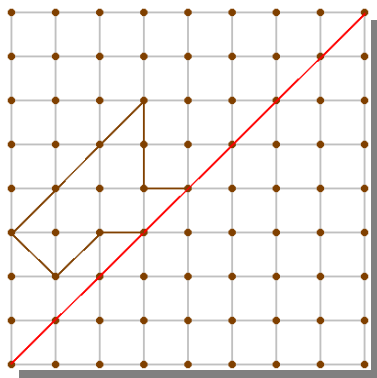
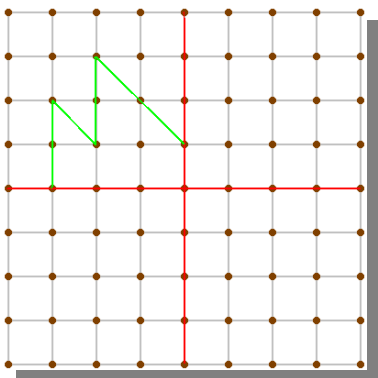


**A6:** Liegt der Punkt M auf der Strecke [AB] oder daneben? Begründe!

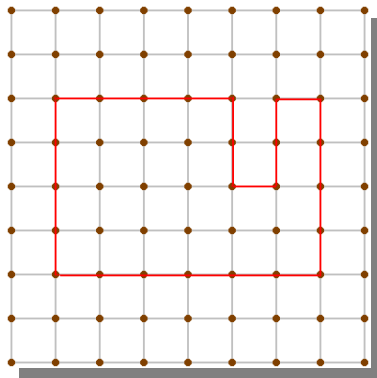
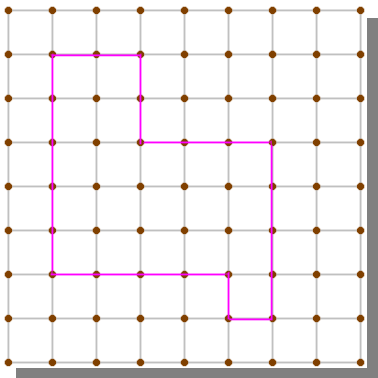
Alternativ: Hat der Streckenzug AMB einen Knick oder bildet er eine Gerade? Begründe!

Weitergehend: M teilt die Strecke [AB] in einem beliebigen ganzzahligen Verhältnis

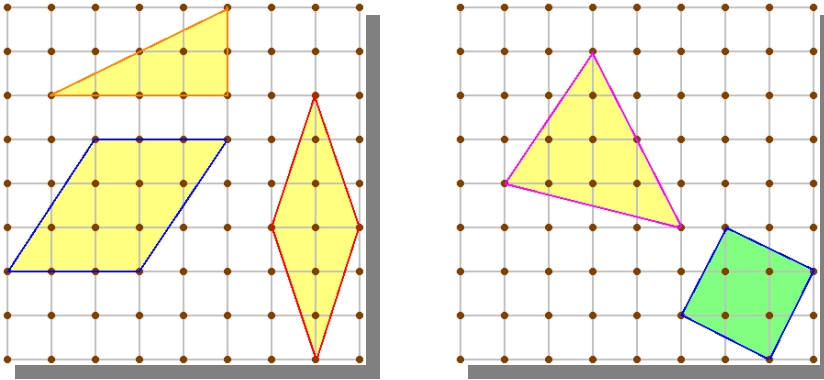
Figuren achsensymmetrisch ergänzen (A7, A8, A9, A10):



Umfang und Fläche einführen: Bestimme Umfang und Fläche (A11, A12)



Abgeleitete Figuren: Bestimme die Fläche der Figuren (A13, A14)



**A15:** Ebenso sind Umkehraufgaben interessant:

- Lege ein rechtwinkliges Dreieck mit Fläche 15
- Lege ein Parallelogramm mit Fläche 20
- Lege ein gleichschenkliges Dreieck mit Fläche 14
- Lege ein Quadrat mit Fläche 20 (!)
- Lege eine Raute der Höhe 6 mit Fläche 9
- Lege ein Parallelogramm mit Seite 8 und Fläche 12

**Weitere Ideen:** Vorhandes ergänzen mit bestimmten Eigenschaften, Koordinaten ins Spiel bringen.

**Masterfrage:** Zwischen welchen ganzen Zahlen liegen die Seitenlängen des Quadrats aus A3?

### Didaktische Hinweise

Das Argumentieren in „Kästchenzählen“ (rauf, runter) bereitet haptisch den **Steigungsbegriff**, den **Proportionalitätsbegriff** und den **Linearitätsbegriff** vor. Dabei ist das Sehen der Steigungsdreiecke und deren Kongruenzen entscheidend. **Parallele und senkrechte Vektoren** werden vorbereitet. **Zerlegungsinvarianz** und **Pythagoras** wird vorbereitet. Alle Flächen im Viereck können vorbereitet werden.

## Klasse 6

### Stichworte aus dem Lehrplan

- Proportionalität
- Achsensymmetrie

## Klasse 7

### Stichworte aus dem Lehrplan

- Proportionalität
- Achsensymmetrie
- Vektorrechnung (Vektoren um  $90^\circ$  drehen)

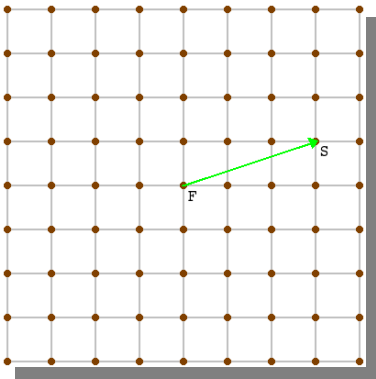
# Klasse 8

## Stichworte aus dem Lehrplan

- Dreiecke, Vierecke
- Verhältnissgleichungen

**Die Aufgabenideen A1 bis A15 können an die Formalismen und Schwierigkeitsgrade der Jahrgangsstufen 6 bis 9 angepasst werden.**

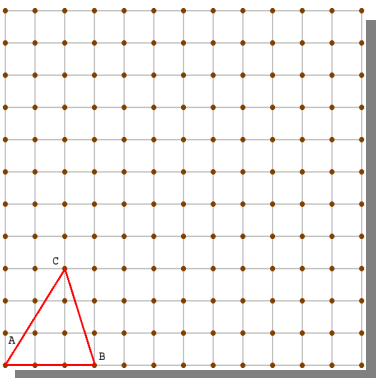
### Beispiel 1: Vektoren drehen



**A5':** Gib die Koordinaten des grünen Vektors an und drehe ihn dreimal  $90^\circ$  um seinen Fuß F. Gib auch die gedrehten Vektoren in Koordinatenschreibweise an.

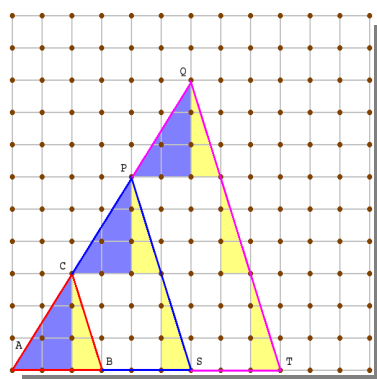
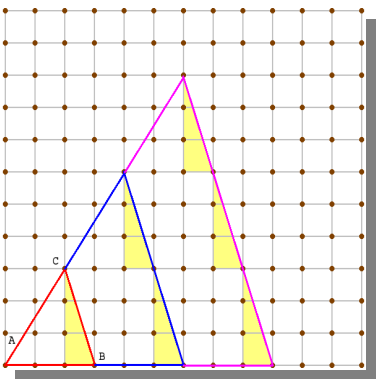
**Weitergehend:** Kannst Du eine allgemeine Regel formulieren und begründen?

### Beispiel 2: 4-Streckensatz verstehen



**A16:** Verlängere die Strecke [AB] um das Doppelte zur Strecke [AS], um das Dreifache zur Strecke [AT] und spanne jeweils die Parallelen zu BC durch S bzw. T. Schneide die Gerade AC mit diesen Parallelen (ergibt Punkte P, Q). Um das Wievielfache sind [SP] und [TQ] länger als [BC]? Um das Wievielfache sind [AP] und [AQ] länger als [AC]? Um das Wievielfache sind die größeren Dreiecke flächengrößer als das Dreieck ABC?

### Entscheidende Lösungsidee:



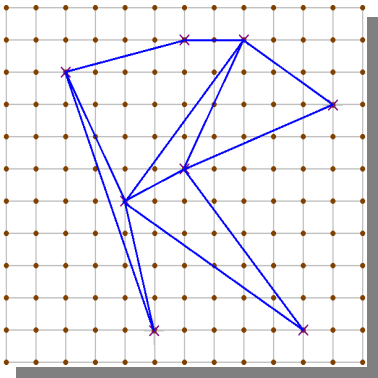
### Formuliere eine allgemeine Regel!

## Klasse 9

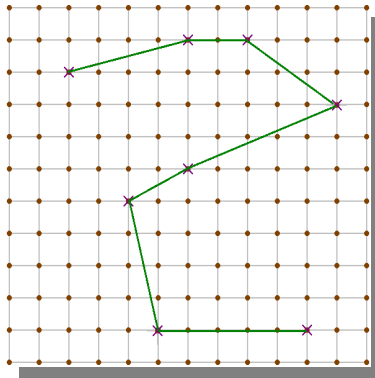
### Stichworte aus dem Lehrplan

- Der Steigungsbegriff
- Flächeninhalt ebener Vielecke
- Ähnlichkeit
- Pythagoras (Weglängen in Graphen berechnen)

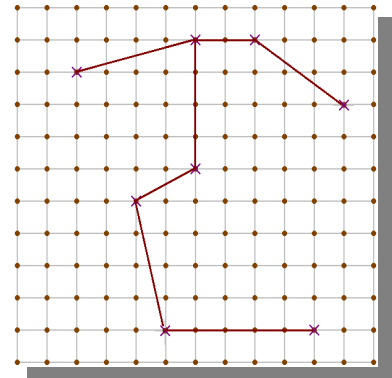
Als Anwendung des Satzes von Pythagoras lassen sich sehr schön Wege in Graphen bewerten (deren Längen berechnen).



Eulersche Wege



Hamiltonsche Wege



minimale Stammbäume

Die Existenz und Konstruktion Eulerscher Wege lässt sich sehr leicht behandeln und ist vollständig gelöst. Die Existenz und Konstruktion Hamiltonscher Wege und minimaler Stammbäume ist ein immer noch ungelöstes mathematisches Problem und lässt sich nur durch Probieren und Längen berechnen und vergleichen behandeln.

**>>> Hamilton-Ralley, Stammbaum-Ralley**