7 - Vektorrechnung

Aufgaben

1. Berechne die Verbindungsvektoren $\overrightarrow{AB}$. Zeichne die ersten fünf Beispiele in ein Koordinatensystem ein und überprüfe die Vektorkoordinaten. Das vertieft Dein Verständnis.

   a) $A(1|2), B(5|3)$
   b) $A(0|2), B(7|7)$
   c) $A(1|2), B(0|8)$
   d) $A(-1|0), B(0|3)$
   e) $A(1,5|2,5), B(6|0,5)$
   f) $A(15|27), B(60|31)$
   g) $A(1,23|-9,22), B(-0,31|3,94)$
   h) $A(-1,45|-2,32), B(9,32|3,42)$

2. Wo liegt jeweils die Spitze Q des Vektors $\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$?

   a) $P(1|2)$
   b) $P(-1|0)$
   c) $P(-1|-2)$
   d) $P(1,15|2,6)$
   e) $P(-3,14|-2,01)$

3. Der Vektor $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3,5 \end{pmatrix}$. Berechne jeweils den fehlenden Punkt.

   a) $A(0|2)$
   b) $B(1|0)$
   c) $B(-1|2)$
   d) $B(-1|-5)$
   e) $B(1|2)$
   f) $A(0,11|2,64)$
   g) $A(1,5|-2,6)$
   h) $A(3,14|2,27)$

4. Berechne die Summenvektoren. Zeichne die ersten vier Summen in ein Koordinatensystem und überprüfe das Ergebnis zeichnerisch.

   a) $\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$
   b) $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
   c) $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \end{pmatrix}$
   d) $\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$
   e) $\begin{pmatrix} 2,4 \\ 0,1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -0,4 \\ 1,1 \end{pmatrix}$
   f) $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 5,2 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 4,3 \\ \frac{2}{5} \end{pmatrix}$
   g) $\begin{pmatrix} 2,2 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 0,4 \\ 0,1 \end{pmatrix}$
   h) $\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -5 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$

Erklärung

Stelle Dir einen Vektor als Weg von einem Start zu einem Ziel vor: Zeichne die Punkte $Start(1|2), Ziel(5|3)$ und den Verbindungsvektor $\overrightarrow{Weg} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ in ein Koordinatensystem. Überprüfe durch Kästchenzählen die drei folgenden Formeln:

$$Start + Weg = Ziel$$
$$Ziel - Weg = Start$$
$$Weg = Ziel - Start$$

Die Formeln stimmen für die x-Koordinaten **und** die y-Koordinaten aller drei Größen. Mit ihnen kann man immer eine Größe berechnen, wenn die beiden anderen gegeben sind. In Aufgabe 1 ist Start (Punkt A) und Ziel (Punkt B) gegeben, und der Weg von Start nach Ziel soll berechnet werden. Nimm also bei x- und y-Koordinate jeweils die dritte Formel her. In Aufgabe 2 addierst Du zu dem Startpunkt P jeweils die Koordinaten des Vektors (Formel 1). Bei Aufgabe 3 musst Du selbst entscheiden, ob Start oder Ziel gesucht ist, benutze also Formel 1 oder 2.

Die Addition zweier Vektoren (geschrieben mit dem Kringel) ist einfach der Vektor, der entsteht, wenn man die x- und die y-Koordinaten zusammenzählt. Wenn Du den ersten Vektor in ein Koordinatensystem zeichnest (wie der erste Tag einer Fahrradtour!) und dahinter den zweiten Vektor (wie der zweite Tag der Fahrradtour!), dann ist der Verbindungsvektor (Die direkte Gesamtleistung vom Anfang des 1. Tages zum Ende des 2. Tages) genau der Summenvektor! Probiere es durch Zeichnung aus!

Lösungen

1. Berechne die Verbindungsvektoren $\overrightarrow{AB}$. Zeichne die ersten fünf Beispiele in ein Koordinatensystem ein und überprüfe die Vektorkoordinaten. Das vertieft Dein Verständnis.

   a) $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 7 \\ 5 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} -1 \\ 6 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

   e) $\begin{pmatrix} 4,5 \\ -2 \end{pmatrix}$ f) $\begin{pmatrix} 45 \\ 4 \end{pmatrix}$ g) $\begin{pmatrix} -1,54 \\ 13,16 \end{pmatrix}$ h) $\begin{pmatrix} 10,77 \\ 5,74 \end{pmatrix}$

2. Wo liegt jeweils die Spitze Q des Vektors $\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$?

   a) $Q(3|7)$ b) $Q(1|5)$ c) $Q(1|3)$ d) $Q(3,15|7,6)$ e) $Q(-1,14|2,99)$

3. Der Vektor $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3,5 \end{pmatrix}$. Berechne jeweils den fehlenden Punkt.

   a) $B(-2|5,5)$ b) $A(3|-3,5)$ c) $A(1|-1,5)$ d) $A(1|-8,5)$

   e) $A(3|-1,5)$ f) $B(-1,89|6,14)$ g) $B(-0,5|0,9)$ h) $B(1,14|5,77)$

4. Berechne die Summenvektoren. Zeichne die ersten vier Summen in ein Koordinatensystem und überprüfe das Ergebnis zeichnerisch.

   a) $\begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} -6 \\ 1 \end{pmatrix}$ d) $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

   e) $\begin{pmatrix} 2 \\ 1,2 \end{pmatrix}$ f) $\begin{pmatrix} 4,8 \\ 5,6 \end{pmatrix}$ g) $\begin{pmatrix} 2,6 \\ 0,6 \end{pmatrix}$ h) $\begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix}$